

**IDENTIFICAZIONE MODALE DI UNA STRUTTURA PER ROBOT IN VARIE
POSIZIONI DEL CAMPO DI LAVORO**

**MODAL IDENTIFICATION OF A ROBOT STRUCTURE
IN DIFFERENT POSITIONS OF ITS WORKSPACE**

M.M. Gola A. Somà
Dipartimento di Meccanica
Politecnico di Torino

A. Bracciali M. Carfagni
Dip. Meccanica e Tecn. Industriali
Università di Firenze

Parole chiave: identificazione, stima, errore

SOMMARIO: in questo lavoro viene presa in esame una struttura per robot a due bracci in fibra di carbonio. Fissando le cerniere delle articolazioni in alcune posizioni, tali da esplorare in maniera rappresentativa lo spazio di lavoro operativo della macchina, si effettua l'analisi modale sperimentale per ciascuna configurazione.

Si utilizza un modello agli elementi finiti, descritto in precedenti lavori, nel quale le incognite da determinare sono le rigidità delle articolazioni. Nel presente lavoro si identificano le principali di tali rigidità, minimizzando una misura di scarto numerico/sperimentale relativa alle forme modali. Vengono analizzate diverse posizioni al fine sia poter aumentare il numero dei parametri da identificare sia di poter descrivere il comportamento modale in tutto il campo operativo del robot.

Particolare cura viene posta nella definizione delle condizioni sperimentali; si valuta l'errore di misura della funzione di risposta in frequenza (inerzia). Sulla base di queste informazioni, si valuta l'errore di stima delle rigidità dei giunti, ottenute convergendo col metodo del massimo gradiente e quindi calcolandone la matrice di covarianza.

Keywords: identification, estimation, error

ABSTRACT: this work deals with a robot structure composed of two carbon fiber arms. The joints are fixed in a number of positions which can be representative of the workspace of the robot, and for each of these positions an experimental modal analysis is performed.

A finite element program, described in previous works, is used in order to determine unknown stiffness values of articulating joints. In the present work, the most relevant of such values are determined by minimizing a measure of numerical-to-experimental difference relative to modal shapes. The different robot positions allow to describe the modal behaviour of the robot in its operative workspace.

Particular care is put into the control of experimental conditions; the measurement error of the frequency response function (inertance) is evaluated. On this basis, the errors of the estimate of joint stiffness values are obtained through their covariance matrix, after convergence with the method of the steepest gradient.

INTRODUZIONE

In altri lavori si sono confrontate diverse modalità di identificazione dei parametri strutturali incerti di una struttura con particolare riferimento a strutture di robot: convergenza sulle sole frequenze tramite montaggi parziali successivi [1], convergenza sulle forme modali [2] [3] [4], convergenza sui dati grezzi delle funzioni di trasferimento misurate [5]. Ottenuta la convergenza tramite il metodo del massimo gradiente [5] [6], si è posto il problema dell'incertezza di valutazione dei parametri stimati in funzione degli errori di misura e della particolare funzione obiettivo della quale si ricercava il minimo nell'ambito delle classiche tecniche ai minimi quadrati [4] [5] [7].

Nel presente lavoro si cerca di precisare, almeno come ordine di grandezza, l'errore di misura sulle ampiezze delle funzioni di trasferimento per il caso di una struttura di robot, la cui dettagliata descrizione si trova in precedenti lavori [1] [4]; quindi, e per il solo caso della convergenza in forma modale, si calcolano gli elementi della matrice di covarianza dei parametri strutturali stimati. A tale scopo, ad un codice agli elementi finiti è stata adattata una procedura numerica di "sensitivity analysis" [4].

In questo contesto, assume particolare importanza l'accuratezza della parte sperimentale, che è stata strutturata nei seguenti moduli:

- 1) *paragone tra FRF ottenute sia con shaker sia con martello strumentato*, anche in relazione al miglior punto di eccitazione;
- 2) *determinazione dei livelli ottimali di eccitazione* per shaker e martello strumentato;
- 3) *esecuzione di rilievi definitivi su tre diverse configurazioni* del robot eccitato tramite shaker, estrazione dei parametri modali;
- 4) *ripetizione dei rilievi di FRF su un numero di punti rappresentativi* ed in uguali condizioni di misura, al fine di valutare l'errore sperimentale.

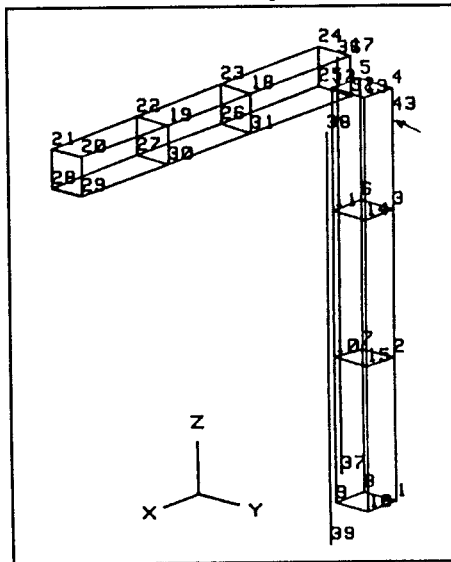
STRUMENTAZIONE

Shaker B&K 4809
 Martello strumentato B&K 8202
 Analizzatore bicanale B&K 2034

Accelerometro monoassiale B&K 4375
 Testa d'impedenza B&K 8001
 Amplificatori di carica B&K 2635

METODI SPERIMENTALI

- 1) *Paragone tra FRF ottenute sia con shaker sia con martello strumentato.*
 La prima fase dell'attività sperimentale è consistita nella scelta del tipo di eccitazione più adatto alla struttura in esame. In questa fase ci si è limitati ad indagare la sola posizione di riferimento, con braccio inferiore verticale e braccio superiore orizzontale.



La schematizzazione della struttura del robot utilizzata nell'analisi modale (e nella corrispondente analisi agli elementi finiti) è descritta dalla fig. 1, che reca la numerazione dei punti di misura.

Inizialmente si sono effettuate misure con eccitazione con lo shaker elettrodinamico comandato da un generatore di segnale random in una banda di frequenza fra 0 e 100 Hz. Il segnale di forza in ingresso nel sistema è stato misurato con la cella di carico piezoelettrica incorporata nella testa di impedenza, mentre il segnale di accelerazione in uscita è stato misurato con un accelerometro piezoelettrico. I segnali sono stati raccolti contemporaneamente, opportunamente condizionati ed inviati ad un analizzatore FFT bicanale che ha così calcolato le funzioni di interesse nel presente studio.

fig. 1: schema del robot in configurazione di riferimento, e numerazione dei punti di misura

La banda scelta nell'analisi è stata di 0+100 Hz con 800 linee in banda fine (risoluzione di 0.25 Hz); inoltre il numero ottimale delle misure da mediare è stato stabilito a 30, osservando la stabilità dei risultati. Queste scelte si giustificano come compromesso fra una buona risoluzione nella zona di interesse (le frequenze proprie calcolate con il codice FEM sono tutte al di sotto dei 50 Hz per ogni posizione di cui si intende effettuare l'analisi sperimentale del robot) ed un tempo limitato per l'acquisizione dei dati.

Nell'intento di eccitare in egual modo la struttura nelle tre direzioni ortogonali si è inizialmente individuato come driving point il punto 28 (fig. 1) all'estremità del braccio orizzontale con direzione di eccitazione inclinata a 45° rispetto ai tre assi coordinati. Si è però rivelato un accoppiamento shaker-struttura non soddisfacente probabilmente a causa dell'eccessiva flessibilità della struttura e delle non ottimali condizioni di vincolo: le misure di risposta in frequenza (FRF) hanno evidenziato frequenze di risonanza completamente mancanti nel modello FEM, dovute all'accoppiamento fra struttura e massa dell'equipaggio mobile dello shaker, sebbene si sia realizzata una sospensione su molle dello shaker il più possibile flessibile in tutte le direzioni.

Lo shaker è stato allora posizionato nel punto 43Y, sul braccio verticale, in un punto intermedio fra il punto 3 ed il punto 4 (fig. 1). Questo punto ha il vantaggio di essere molto meno mobile del punto precedentemente scelto ed inoltre la mancanza di spostamento nella direzione Z rende meno critica la sospensione dello shaker, realizzata con parallelogrammo verticale a molle di trazione.

Sono state effettuate inoltre misure di FRF puntuali e di trasferimento posizionando lo shaker in vari altri punti di analoga mobilità. L'analisi delle FRF così raccolte ha permesso di evidenziare:

- a) una variazione nei valori delle frequenze proprie in funzione del punto di eccitazione scelto;
- b) una mancanza di reciprocità per FRF incrociate.

Un esempio di quanto detto è riportato in fig. 2 a, b, nella quale sono mostrati i trasferimenti fra i punti 43X/43Y e 43Y/43X. Si è dimostrato in seguito che questo problema era dovuto ancora una volta all'accoppiamento eccessivo tra shaker e struttura, dovuto ai valori particolarmente bassi delle prime frequenze strutturali. È stata quindi esaminata l'influenza della lunghezza e della rigidità del pushrod; si è infine passati dall'iniziale pushrod in metallo ad uno in nylon (lunghezza 90 mm, diametro 3 mm).

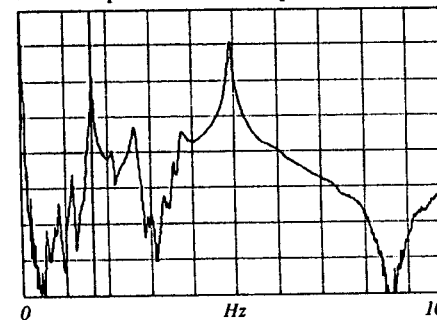


fig. 2 a: eccitazione 43X, risposta 43Y

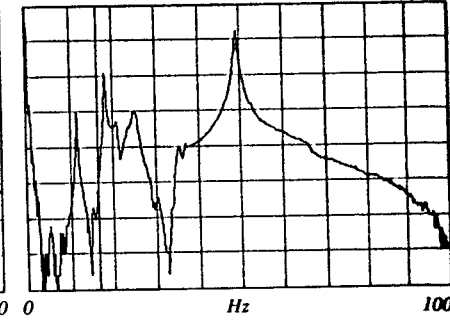


fig. 2 b: eccitazione 43Y, risposta 43X

Sono state effettuate misure analoghe a quelle appena descritte utilizzando un'eccitazione impulsiva tramite un martello strumentato opportunamente appesantito e munito di punta in gomma morbida al fine di concentrare l'energia dell'urto in un campo di frequenze appena superiore a quello di interesse. Questo tipo di eccitazione ha il vantaggio di essere estremamente veloce e pratico, ma può provocare non linearità dovute ad elevati fattori di cresta ed inoltre, essendo in questo caso l'eccitazione di tipo deterministico, si ha lo svantaggio che la coerenza non è indicatore di eventuali non linearità. La catena di misura utilizzata è rimasta sostanzialmente invariata.

Si sono effettuate misure di:

- a) FRF puntuali in punti con rigidzze molto diverse fra loro;
- b) FRF di trasferimento fra vari punti, in special modo fra punti con direzioni di eccitazione e di risposta diverse (es. 2X/4Y e 2Y/4X)

L'analisi condotta ha evidenziato, al variare del punto di misura, spostamenti delle frequenze di risonanza, eccessivi smorzamenti dei picchi ed una reciprocità non verificata nella maggior parte dei casi. Si è dimostrato in seguito che questi problemi erano dovuti a un non accurato controllo della ampiezza della forza di eccitazione. La fig. 3a confronta due misure puntuali, la fig. 3b evidenzia mancanza di reciprocità.

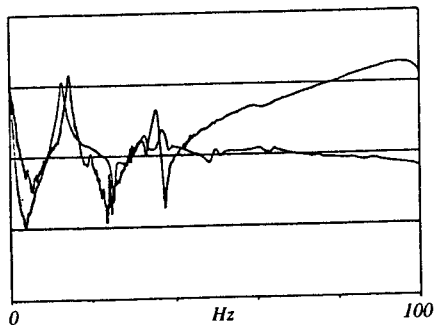


fig. 3 a: risposte puntuali, 2X/2X e 4X/4X

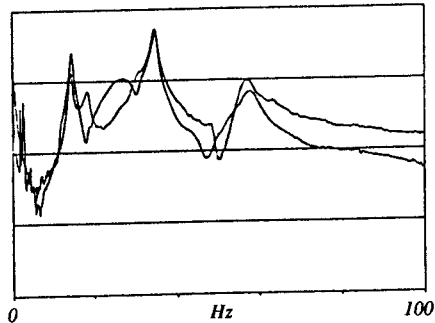
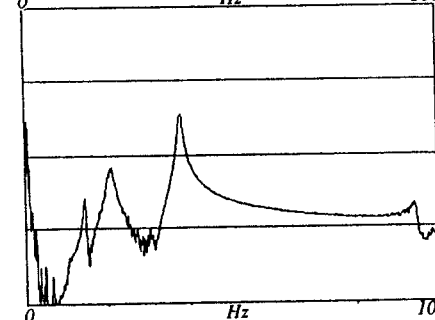
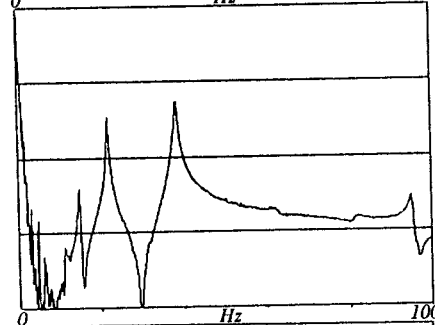
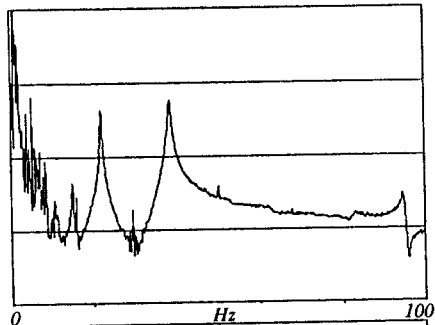


fig. 3 b: reciprocità 4Y/4X e 4Y/4X



2) *Determinazione dei livelli ottimali di eccitazione*

Durante l'esecuzione della campagna sperimentale di cui alla fase precedente si è notata una marcata influenza del livello di eccitazione sulla forma globale delle FRF ed in special modo sulle ampiezze dei relativi picchi. Per determinare i livelli ottimali di eccitazione sono state quindi eseguite, ancora sul robot nella configurazione di riferimento, varie serie di misure di FRF sia con martello strumentato sia con shaker, in ambedue i casi variando l'ampiezza della forza di eccitazione.

Si sono effettuate misure di FRF puntuale con shaker (è stato scelto il punto 43Y/43Y precedentemente utilizzato nella fase 1) al variare dell'intensità dell'eccitazione random, mantenendone il valore di inviluppo entro le fasce $\pm 0.25N$, $\pm 0.5N$, $\pm 1N$, $\pm 2N$, $\pm 4N$, $\pm 8N$, $\pm 12N$, $\pm 16N$. Si è determinato in $\pm 1N$ il valore ottimale che dà un segnale sufficiente senza presentare distorsioni nei picchi agli alti livelli di eccitazione (rif. fig. 4 a,b,c). La medesima procedura è stata ripetuta anche su vari trasferimenti che hanno confermato il livello di eccitazione ottimale precedentemente determinato; le verifiche di reciprocità rese possibili da questo insieme di dati hanno dato questa volta esito positivo. Si tenga presente che, per semplificare la successiva analisi dell'errore di misura, in tutte queste rilevazioni si sono mantenuti costanti i valori di guadagno degli amplificatori di segnale della catena di misura, ciò anche a scapito di perdita di risoluzione ai livelli più bassi di accelerazione.

Con analoghi intenti, si è effettuata una serie di misure puntuali tramite martello strumentato. In queste misure si è mantenuta, con una attenta manualità, la forza impressa su tre valori distinti di picco (rispettivamente, di circa 10N, 50N e 100N) effettuando per ciascuno la media su 5 misure. Si sono notati in questo caso effetti della variazione dell'ampiezza di forza sia sullo smorzamento dei picchi sia sul loro posizionamento in frequenza.

fig 4: FRF (inerzanza) puntuale 43Y/43Y
a: eccitazione shaker $\pm 0.25N$
b: eccitazione shaker $\pm 1N$
c: eccitazione shaker $\pm 12N$

Si è notata inoltre una notevole dipendenza di questi effetti nocivi dal particolare punto eccitato. Per i motivi di principio sopra descritti (elevati fattori di cresta, coerenza non indicatrice di eventuali non linearità, difficoltà pratica di impartire valori ragionevolmente costanti di forza), inoltre per la difficoltà di discriminare un numero di livelli di forza che permettesse di individuare zone a risposta costante, ed infine in vista delle previste esigenze di valutazione dell'errore sperimentale, si è ritenuto opportuno accantonare questa tecnica.

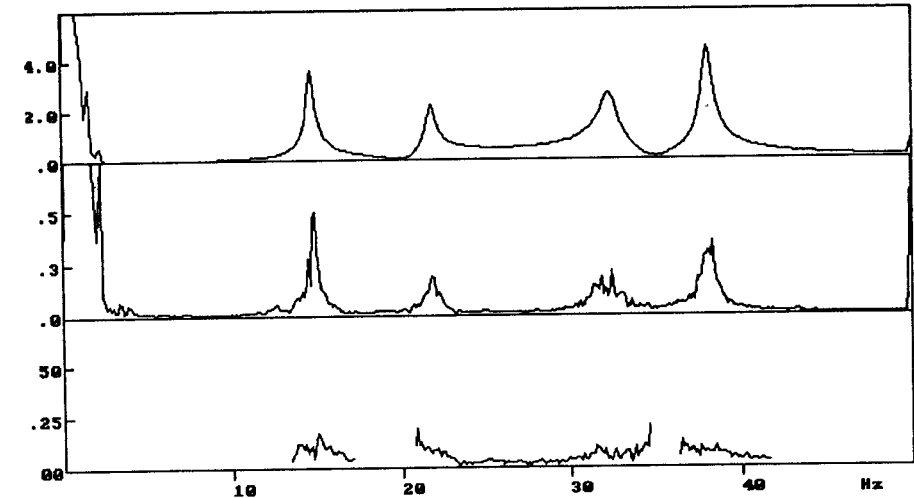
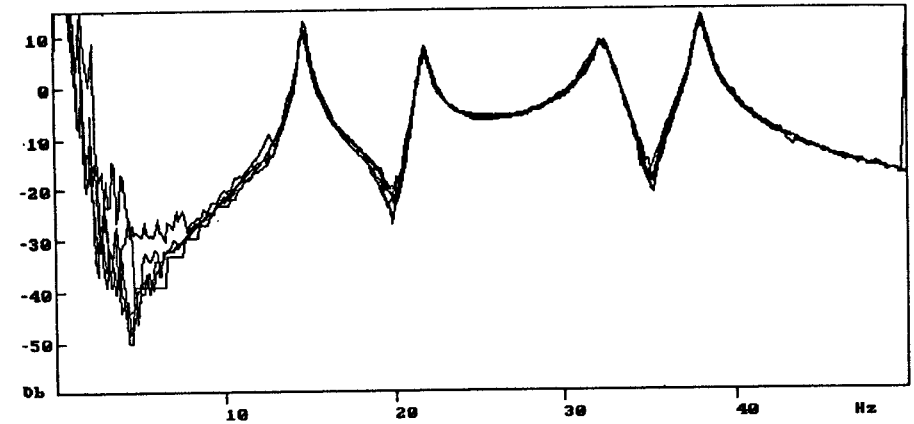


fig. 5: punto 20Z;
-) modulo della inerzanza, Db, per sei misure indipendenti
dall'alto verso il basso: -) modulo del valore medio in scala lineare, $m \cdot s^{-2} \cdot N^{-1}$
-) modulo della deviazione standard lineare, $m \cdot s^{-2} \cdot N^{-1}$
-) rapporto tra deviazione standard e valore medio (lineari)

3) *Esecuzione di rilievi definitivi su tre diverse configurazioni*

Determinato il livello di eccitazione ottimale, si è fissato lo shaker nel piano XY, a 45° rispetto a quegli assi e sul punto 43 (fig. 1), al fine di far comparire anche uno dei quattro modi che, altrimenti, richiederebbe una eccitazione separata in direzione X. Misure su questo punto non sono state utilizzate per la ricostruzione delle forme modali, ma solo per la scalatura al fine di estrarre i parametri modali. Sono state effettuate le analisi modali nelle tre configurazioni identificate come segue:

- 45° : braccio superiore a 45° dal braccio inferiore,
- 90° : configurazione di riferimento, v. fig. 1
- 135° : braccio superiore a 135° dal braccio inferiore

Per ogni configurazione, è stato misurato un numero totale di $G = 71$ gradi di libertà.

4) *Ripetizione dei rilievi di FRF su un numero di punti rappresentativi*

Nel caso di robot in posizione di riferimento, e senza spostare lo shaker dalla posizione usata per l'analisi modale, si sono effettuate serie di misure per poter valutare la varianza delle misure di FRF in una selezione di punti rappresentativi dell'intera struttura. Si sono compiute 6 serie di misure in sequenza sui gradi di libertà: -2X, 2Y, -4X, 4Y, 20X, 20Y, 20Z, -24X, -24Y, 24Z. Ogni misura comportava il posizionamento, in tempi diversi, dell'accelerometro.

Per uno di questi punti la fig. 5 mostra, dall'alto verso il basso, le sei misure del modulo della inerzia espressa in Db, la loro media in scala lineare, la stima della deviazione standard in scala lineare, il rapporto tra deviazione standard e media limitatamente alla zona intorno al picco ed entro 20 Db di attenuazione relativa al valore di picco. Si nota che in tale ambito ristretto è possibile considerare costante, modo per modo, il rapporto tra deviazione e media.

Al fine di introdurre nei successivi calcoli stime valide almeno in ordine di grandezza per la deviazione standard s , modo per modo si sono trovate le rette di regressione di questa rispetto al valore medio di picco m_{max} :

$$(1) \quad s = s_0 + k \cdot m_{max}$$

ottenendo per i coefficienti s_0 e k i valori:

modo 1:	$s_0 = .204 \pm .049$	$k = .057 \pm .024$
modo 2:	$s_0 = .049 \pm .014$	$k = .050 \pm .009$
modo 3:	$s_0 = .020 \pm .015$	$k = .054 \pm .015$
modo 4:	$s_0 = .145 \pm .035$	$k = .042 \pm .012$

IDENTIFICAZIONE

In questo lavoro l'identificazione si compie attraverso la minimizzazione dell'errore medio di forma modale [5], in particolare nella forma "espansa" [4]. Il metodo di convergenza è quello del massimo gradiente [5]. Infine si calcola la matrice di covarianza [7] dei parametri stimati, dai cui elementi diagonali si traggono le deviazioni standard che definiscono i limiti involucri delle ellissi di covarianza, o delle loro generalizzazioni se si trattano più di due parametri simultaneamente [9]. Si farà riferimento ai seguenti simboli:

E_a	: scarto in forma modale	$\{\bar{a}\}$: modo calcolato, trasformato sui g.d.l. sperimentali
E_ω	: scarto in frequenza	λ_m	: m-esimo fattore di scalatura
U_{MAC}	: misura di parallelismo	n	: indice del parametro strutturale
$[K]$: matrice di rigidità	N	: n. totale parametri strutturali
$\Delta(\)$: variazione finita di ()	p_n	: n-esimo parametro strutturale
m	: indice del modo	g	: indice grado di libertà (g.d.l.)
M_e	: n. totale modi sperimentali	G_e	: n. g.d.l. misurati per modo
M_a	: n. totale modi calcolati	G_a	: n. g.d.l. calcolati per modo
$\{e\}_m$: m-esimo modo sperimentale	D	: coefficiente di "sensitività"
$\{a\}_m$: m-esimo modo calcolato		

Riguardo al massimo gradiente della funzione obiettivo da minimizzare E_a [4] [5], questo viene ottenuto come derivata direzionale a partire dalle derivate parziali del tipo:

$$(2) \quad \frac{\partial E_a}{\partial p_n} = 2 \cdot \sum_{m=1}^{M_e} \left[(\{e\} - \lambda\{a\})^T \left(\frac{\partial \{a\}}{\partial p_n} \right) \right] / |e|^2$$

Riguardo alla matrice di covarianza, si scrivono le equazioni lineari atte alla risoluzione ai minimi quadrati delle correzioni $\{\Delta p\}$ sui parametri incogniti:

$$(3) \quad \lambda_m^0 \left[\frac{\partial \{\bar{a}\}_m}{\partial p} \right]^0 \{\Delta p\} = \{e\} - \lambda_m^0 \{\bar{a}\}_m$$

che originano, per ogni posizione del robot separatamente, un problema in $M_e \cdot G_e$ equazioni in N incognite. Queste equazioni vengono normalizzate dividendole ciascuna per la deviazione standard della misura che vi compare, in modo che l'inversa della matrice risolutiva del problema di minimi quadrati sia direttamente la matrice di covarianza [7] [9].

Come già delineato in un precedente lavoro [4], si è trovato il modo di organizzare in maniera originale il calcolo delle derivate degli autovettori al variare delle rigidità strutturali, in modo da realizzare una economia di pensiero e di calcolo. I coefficienti della matrice delle derivate degli spostamenti modali sono calcolati [4] secondo la:

$$(4) \quad \frac{\partial \{a\}_m}{\partial p_n} = \sum_{k=1}^{M_e} D_{k,m}^n \cdot \{a\}_k$$

dove [8]:

$$(5) \quad D_{k,m}^n = \left(\{a\}_k^T \left[\frac{\partial [K]}{\partial p_n} \right] \{a\}_m \right) / (\omega_m^2 - \omega_k^2) ; D_{m,m}^n = 0$$

valida se le forme modali calcolate $\{a\}$ sono normalizzate rispetto alla matrice di massa.

Nel caso in esame, in cui i primi quattro modi strutturali esauriscono il comportamento dinamico globale della struttura, si potrà tenere conto di un numero di modi calcolati M_a uguale al numero di modi sperimentali M_e . Inoltre, ciascuno dei modi calcolati sarà composto dei $G_a = 150$ gradi di libertà calcolati, mentre il numero dei gradi di libertà misurati è $G_e = 71$, ed infine si dovrà tenere conto del fatto che i punti di misura non coincidono geometricamente con quelli in cui sono definiti i g.d.l. calcolati. Riscritta allora la (4) nella forma:

$$(6) \quad \frac{\partial \{a\}_m}{\partial p_n} = \{a\} \{D\}_m^n$$

dove $\{D\}_m^n$ è il vettore colonna relativo al modo m , si deve quindi trasformare ciascun vettore $\{a\}$, colonna della matrice $\{a\}$, nel corrispondente vettore $\{\bar{a}\}$ definito sulla griglia sperimentale, attraverso la matrice di trasformazione/riduzione $[T]$:

$$(7) \quad \{\bar{a}\} = [T] \{a\}$$

Per compattezza si definiscono, in base ai coefficienti della (5), matrici $[D]_m$ dotate della proprietà notevole di essere antisimmetriche ed a diagonale nulla; si ottiene quindi, simultaneamente per tutti gli N parametri e per il modo m -esimo:

$$(8) \quad \left[\frac{\partial \{\bar{a}\}_m}{\partial p} \right] = [T] \{a\} [D]_m$$

Si possono infine scrivere le equazioni lineari atte alla risoluzione ai minimi quadrati delle correzioni $\{\Delta p\}$ sui parametri incogniti:

$$(9) \quad \lambda_m^0 \left[\frac{\partial \{\bar{a}\}_m}{\partial p} \right]^0 \{\Delta p\} = \{e\} - \lambda_m^0 \{\bar{a}\}_m$$

che originano, per ogni posizione del robot separatamente, un problema in $M_e \cdot G_e$ equazioni in N incognite. Queste equazioni vengono normalizzate dividendole ciascuna per la deviazione standard della misura che vi compare, in modo che l'inversa della matrice risolutiva del problema di minimi quadrati sia direttamente la matrice di covarianza [7] [9].

La convergenza, condotta simultaneamente sulle misura E_a relativa alle tre configurazioni, ed inoltre verificata sulla misura E_ω , ha condotto al seguente risultato di buona accuratezza:

Tab I : frequenze sperimentali (Hz), calcolate (Hz), misura di parallelismo tra vettore sperimentale e vettore calcolato delle forme modali U_{MAC} , per tre configurazioni e quattro modi

Conf.	modo 1			modo 2			modo 3			modo 4		
	f. sper.	f. calc.	U_{MAC}	f. sper.	f. calc.	U_{MAC}	f. sper.	f. calc.	U_{MAC}	f. sper.	f. calc.	U_{MAC}
45°	16.1	14.0	.60	22.8	23.1	.93	31.1	35.2	.94	43.1	47.6	.96
90°	14.9	14.3	.75	21.9	22.7	.93	32.8	32.3	.97	38.3	45.4	.99
135°	14.6	14.3	.91	23.8	25.1	.98	39.6	37.1	.88	45.6	52.2	.79

Si ricorda che una parte dei parametri strutturali proviene da precedenti determinazioni ad hoc (valutazioni su elementi isolati, montaggi progressivi, estrapolazioni teoriche) in particolare per quanto riguarda la rigidità dei bracci e dei cuscinetti [2] [3] [4], mentre in questa fase ci si riserva di raffinare la stima delle rigidità di articolazione (cuscinetti e vincoli verso l'esterno). La Tab. IV del presente lavoro, e la Tab. I di [5] relativa ad un diverso insieme di dati sperimentali, elencano i parametri la cui determinazione è l'obiettivo del presente tipo di indagine.

Essendo, come prima visto, le misure di inerzia dotate di un errore per quale si è definito, modo per modo, una semplice formula di interpolazione lineare, si valuta il conseguente errore sui parametri stimati tramite i coefficienti diagonali della matrice di covarianza.

Le Tab. II e III mostrano la deviazione standard per due e per quattro parametri, risolvendo ai minimi quadrati sia sulle 71×4 equazioni (9 per ciascuna configurazione separatamente, sia simultaneamente su un numero tre volte maggiore di equazioni relative a tutte le configurazioni misurate).

Si noti che in ambedue i casi la deviazione standard si mantiene mediamente inferiore di due ordini di grandezza rispetto al valore stimato.

Tab. II: deviazioni standard per due parametri stimati, su una configurazione per volta e per tutte insieme

45°	90°	135°	tutte
$1.9 \cdot 10^3$	$5.3 \cdot 10^3$	$2.3 \cdot 10^3$	$1.3 \cdot 10^3$
$7.1 \cdot 10^3$	$4.3 \cdot 10^3$	$1.4 \cdot 10^3$	$9.3 \cdot 10^2$

Tab. III: deviazioni standard per quattro parametri stimati

param.	45°	90°	135°	tutte
$k_{\beta,1}$	$3.1 \cdot 10^3$	$5.7 \cdot 10^3$	$2.7 \cdot 10^3$	$1.5 \cdot 10^3$
$k_{\beta,25}$	$7.3 \cdot 10^4$	$6.9 \cdot 10^3$	$3.1 \cdot 10^3$	$2.5 \cdot 10^3$
$k_{\alpha,1}$	$9.6 \cdot 10^3$	$5.5 \cdot 10^3$	$1.9 \cdot 10^3$	$1.4 \cdot 10^3$
$k_{\alpha,25}$	$4.5 \cdot 10^4$	$2.4 \cdot 10^4$	$8.1 \cdot 10^2$	$6.4 \cdot 10^2$

I risultati della Tab. IV rispondono ad un quesito che sorgeva nel corso della svolgimento del lavoro [4], e nella rassegna di recenti lavori apparsi in letteratura e presi in considerazione in quella occasione. In particolare, se il disporre di un rilevante numero di misure, come accade convergendo sui dati di forma modale, permetta di convergere su un numero rilevante di parametri simultaneamente. Si mostra qui che, anche se la convergenza è numericamente possibile [5], l'incertezza che ci si deve attendere sui parametri stimati è inaccettabilmente alta quando il numero dei parametri stessi eccede il numero dei modi, in questo caso 10 parametri sui 4 modi di ogni configurazione; solo nel caso in cui si mettano in gioco tre configurazioni insieme, e quindi 12 modi indipendenti, le deviazioni standard restano uno/due ordini di grandezza inferiori alle stime.

Si dovrà quindi, nei prossimi sviluppi di queste indagini, ampliare quanto già tentato in [4] e considerare la possibilità di sostituire, senza svantaggio, alla convergenza modale espansa su tutte le misure la forma contratta basata sulla media delle misure U_{MAC} di parallelismo fra vettore sperimentale e vettore calcolato per ciascuna forma modale.

Tab. IV: deviazioni standard per dieci parametri stimati, su una configurazione per volta e per tutte insieme (numerazione nodi rif. [2] [3])

nodo o tra nodi	direz.	val. conv.	45°	90°	135°	tutte
1 tra braccio inferiore e base	α	$1.4 \cdot 10^3$ N/rad	$2.9 \cdot 10^6$	$1.5 \cdot 10^7$	$1.2 \cdot 10^6$	$6.6 \cdot 10^3$
	β	$1.6 \cdot 10^3$ N/rad	$3.2 \cdot 10^5$	$1.1 \cdot 10^6$	$4.9 \cdot 10^5$	$2.5 \cdot 10^3$
	γ	$2.0 \cdot 10^3$ N/rad	$1.5 \cdot 10^5$	$2.6 \cdot 10^6$	$5.3 \cdot 10^5$	$3.4 \cdot 10^3$
25 tra supporto bielle e base	α	$1.4 \cdot 10^3$ N/rad	$1.7 \cdot 10^7$	$2.9 \cdot 10^6$	$2.4 \cdot 10^5$	$5.4 \cdot 10^3$
	γ	$1.5 \cdot 10^3$ N/rad	$2.9 \cdot 10^7$	$2.9 \cdot 10^7$	$1.6 \cdot 10^6$	$1.1 \cdot 10^4$
	β	$1.7 \cdot 10^3$ N/rad	$6.4 \cdot 10^8$	$1.2 \cdot 10^8$	$5.6 \cdot 10^7$	$3.8 \cdot 10^6$
11-14,12-15, 17-20,18-21 perni agli estremi delle bielle	α	$4.0 \cdot 10^4$ N/rad	$2.4 \cdot 10^7$	$1.6 \cdot 10^7$	$4.9 \cdot 10^5$	$4.6 \cdot 10^3$
	α	*	$3.9 \cdot 10^8$	$7.3 \cdot 10^7$	$3.3 \cdot 10^5$	$2.5 \cdot 10^4$
	α	*	$5.9 \cdot 10^5$	$3.7 \cdot 10^6$	$3.6 \cdot 10^5$	$1.6 \cdot 10^4$
	α	*	$1.2 \cdot 10^7$	$3.8 \cdot 10^6$	$2.3 \cdot 10^5$	$2.6 \cdot 10^4$

CONCLUSIONI

E' stata eseguita una accurata analisi modale sperimentale di una struttura di robot in tre diverse posizioni di funzionamento, accertando in particolare quali intensità e modalità di eccitazione garantissero una risposta lineare. Per alcuni punti rappresentativi si sono eseguite repliche della misura di FRF (inerzia) in modo da valutare, almeno come corretto ordine di grandezza, la deviazione standard. Si sono ottenute formule empiriche di interpolazione della deviazione standard in funzione del valor medio del segnale in modo da poter estrapolare l'errore anche ai punti per i quali non si sono replicate le misure. Si è messo in evidenza che in una zona utile ai fianchi di ciascun picco di risonanza il rapporto errore/segnale resta approssimativamente costante.

Sulla base di queste osservazioni, si è valutata l'influenza dell'errore di misura sulla incertezza dei parametri strutturali stimati; a tale scopo si è calcolata la matrice di covarianza in un algoritmo ai minimi quadrati. In particolare si è evidenziato che quando il numero dei parametri eccede il numero di modi misurati tale incertezza diventa inaccettabile, anche se si introduce un numero di equazioni assai maggiore del numero di parametri. Si è infine mostrato che il considerare simultaneamente più configurazioni diverse del medesimo robot è un espediente efficace alla determinazione di un numero maggiore di parametri strutturali incogniti.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Gola M.M., Somà A., Yosief Mebrahtu, "Corrispondenza fra previsione e sperimentazione nel comportamento modale di una struttura per robot", XVII Conv. Naz. AIAS, Ancona, 1989
- [2] Gola M.M., Somà A., "Controllo delle oscillazione residue in strutture di robot", XIX Conv. Naz. AIAS, Amalfi, 1990
- [3] Gola M.M., Soma' A., "Mode superposition method in flexible robot trajectory simulation", Struceng & Femcad, I.I.T.T., Grenoble, 1990.
- [4] Gola M.M., Somà A., "Identification of robot joint stiffness using least squares on modal shapes", Florence Modal Anal. Conf., 1991
- [5] Gola M.M., Somà A., "Identificazione di rigidità: convergenza sulle forme modali e sui dati della FRF", XX Conv. Naz. AIAS, Palermo, 1991
- [6] Steuer R.E., "Multiple criteria optimization: theory, computation and application", John Wiley & Sons, 1986
- [7] Lawson C., Hanson R., "Solving Least Squares Problems", Prentice-Hall, N.J., 1974.
- [8] Fox R.L., Kapoor M.P., "Rates of change of eigenvalues and eigenvectors", AIAA Journal, 1968, pp. 2426-2429
- [9] Brandt S., "Statistical and Computational Methods in Data Analysis", North Holland, 2nd ed., 1983, p.75