

## OTTIMIZZAZIONE ACUSTICA DI UNA TERMINAZIONE ANECOICA

Andrea Bracciali, Gaetano Cascini

Dipartimento di Meccanica e Tecnologie Industriali, Università di Firenze

### SOMMARIO

Nel presente lavoro viene descritta una procedura per la realizzazione di una terminazione anecoica di dimensioni e peso contenuti, basata sull'utilizzo di una stratificazione ottimizzata di materiali fonoassorbenti. Una prima ottimizzazione numerica per la determinazione delle caratteristiche geometriche (lunghezze) ed acustiche (resistenza al flusso) dei vari strati è stata condotta imponendo vincoli solo sulla lunghezza complessiva della terminazione. I materiali da utilizzare sono stati caratterizzati sperimentalmente; i valori di resistenza al flusso più vicini a quelli indicati dalla fase precedente sono stati impiegati per il progetto della soluzione definitiva ottimizzando le sole lunghezze dei vari strati.

### 1. INTRODUZIONE

Nello sviluppo di un'attrezzatura per la misura del rumore emesso da superfici vibranti [1] è emersa la necessità di approntare una terminazione anecoica che, per esigenze di trasportabilità, risultasse la più leggera ed efficiente possibile. La soluzione normalmente adottata per le camere anecoiche, ossia l'uso di pannelli fonoassorbenti con camera d'aria di spessore  $\lambda/4$ , non garantisce un buon comportamento ( $\alpha > 0.8$ ) alle basse frequenze se lo spazio a disposizione per lo strato d'aria è ridotto, per cui l'unica possibilità è il ricorso a stratificazioni di materiali fonoassorbenti con proprietà opportunamente scelte.

Anche se la modellazione corretta del comportamento acustico dei materiali fonoassorbenti può essere fatta con gradi di approssimazione diversi [2], è stato utilizzato il modello di Delany e Bazley che, pur essendo relativamente semplice, si è mostrato sufficientemente efficace nel range di densità e di resistenza al flusso dei materiali che sono stati utilizzati per la realizzazione finale della terminazione anecoica.

La scelta dei materiali è stata effettuata con l'uso di procedure di ottimizzazione. Sulla base di alcuni vincoli forniti (massimo tre strati di materiale diverso, lunghezza massima 300 mm) un programma di ottimizzazione scritto in MATLAB ha consentito di identificare la resistenza al flusso e lo spessore dei materiali che soddisfano i criteri scelti

(massimo valore del coefficiente di assorbimento ad alcune frequenze predefinite).

In seconda battuta è stata effettuata la misura delle caratteristiche acustiche di materiali fonoassorbenti in commercio che rientrassero nei *ranges* ottenuti con la simulazione precedente.

Il terzo step è stato la realizzazione della terminazione con i materiali effettivamente a disposizione, la misura della sua effettiva anecoicità e quindi, indirettamente, anche la validazione della procedura di simulazione.

## 2. RICHIAMI DI ACUSTICA DEI MATERIALI FONOASSORBENTI

L'impedenza acustica è definita come il rapporto fra la pressione sonora e la velocità della particella secondo la relazione  $Z=p(x,t)/u(x,t)$ . Come è noto, per l'aria  $Z_{aria}=\rho c$ , dove  $\rho$  è la densità dell'aria e  $c$  è la velocità del suono nell'aria. Per un materiale fonoassorbente, le grandezze che ne definiscono il comportamento acustico sono la costante di propagazione  $\gamma$  e l'impedenza  $Z$  che è funzione dell'impedenza caratteristica del mezzo  $Z_0$  con le relazioni

$$\gamma = \gamma_0 \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{k}{\gamma_0}\right)^2 \sin^2(\beta)} \quad Z = Z_0 \cdot \frac{\gamma_0}{\gamma} \quad (1)$$

dove  $\beta$  è l'angolo di incidenza dell'onda sul materiale fonoassorbente,  $k$  è il numero d'onda e  $\gamma_0$  è la costante di propagazione valutata per  $\beta=0$ . Per le grandezze  $Z_0$  e  $\gamma_0$  vengono comunemente utilizzate le relazioni di Delany e Bazley (riportate in [3])

$$Z_0 = \rho c [1 + 0.0571(\rho f R)^{-0.754}] - j \rho c [0.0870(\rho f R)^{-0.732}] \quad (2')$$

$$\gamma_0 = k [0.189(\rho f R)^{-0.595}] + j k [1 + 0.0978(\rho f R)^{-0.700}] \quad (2'')$$

dove  $f$  è la frequenza ed  $R$  è la resistenza al flusso, ovvero la differenza di pressione ai capi di un elemento di materiale di spessore unitario attraversato da un flusso avente una velocità di 1 m/s. Nel presente lavoro i materiali fonoassorbenti usati sono sempre interessati da un'onda piana con incidenza normale ( $\beta=0$ ) per cui  $Z=Z_0$  e  $\gamma=\gamma_0$ .

Le grandezze acustiche in due sezioni  $i$  ed  $i+1$  di un generico condotto possono essere descritte con la relazione generale

$$\begin{Bmatrix} p_i \\ u_i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_{i+1} \\ u_{i+1} \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} p_{i+1} \\ u_{i+1} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

nella quale la matrice di trasferimento  $T$  lega le grandezze a monte ed a valle del tratto del condotto considerato.

Nell'ipotesi di realizzare una stratificazione con  $N$  materiali con caratteristiche fonoassorbenti diverse fra loro (Fig. 1), è possibile esprimere in termini matriciali la relazione che lega le grandezze acustiche ( $p, u$ ) a monte ed a valle di ciascuno strato  $i$  di spessore  $l_i$  con la (3) scritta per elementi acustici con impedenza distribuita

$$\begin{Bmatrix} p_i \\ u_i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma_i l_i) & Z_i \sinh(\gamma_i l_i) \\ \frac{1}{Z_i} \sinh(\gamma_i l_i) & \cosh(\gamma_i l_i) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_{i+1} \\ u_{i+1} \end{Bmatrix} = [T]_i \begin{Bmatrix} p_{i+1} \\ u_{i+1} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

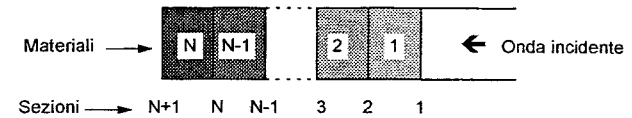


Fig. 1. Schema della disposizione dei materiali fonoassorbenti e numerazione degli strati e delle sezioni.

La matrice di trasferimento complessiva per gli  $N$  strati considerati vale ovviamente

$$\begin{Bmatrix} p_1 \\ u_1 \end{Bmatrix} = \prod_{i=1}^N [T]_i \begin{Bmatrix} p_{N+1} \\ u_{N+1} \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} p_{N+1} \\ u_{N+1} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

L'impedenza nella sezione iniziale di una qualunque stratificazione di  $N$  materiali fonoassorbenti può essere ottenuta ponendo la stratificazione stessa in un condotto con una terminazione rigida. In tal caso, infatti,  $u_{N+1}=0$  per cui

$$\begin{Bmatrix} p_1 \\ u_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_{N+1} \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow Z_1 = \frac{p_1}{u_1} = \frac{T_{11}}{T_{21}} \quad (6)$$

Richiamiamo anche le definizioni di coefficiente di riflessione  $r_1$  e di coefficiente di assorbimento  $\alpha_1$  espressi per la sezione di ingresso della terminazione anecoica:

$$r_1 = \frac{Z_1 - \rho c}{Z_1 + \rho c} \quad ; \quad \alpha_1 = 1 - |r_1|^2 \quad (7)$$

## 3. CARATTERIZZAZIONE DEI MATERIALI FONOASSORBENTI

La misura del coefficiente di assorbimento è fondamentale per caratterizzare i materiali disponibili commercialmente per la realizzazione della terminazione anecoica e per verificare le caratteristiche effettive di quest'ultima. Il metodo utilizzato fa riferimento alla procedura indicata dalla norma ASTM 1050-86 [4] ed è effettuata con l'attrezzatura indicata in Fig. 2.

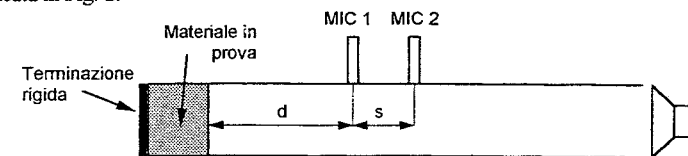


Fig. 2. Schema dell'attrezzatura di misura per la determinazione del coefficiente di riflessione di un campione di materiale fonoassorbente.

Misurata la funzione di risposta in frequenza  $h(f)$  fra i due microfoni preventivamente tarati in modulo e corretti in fase, si può dimostrare che il coefficiente di riflessione visto all'inizio del materiale fonoassorbente è pari a

$$r = \frac{e^{j2kd} \cdot (e^{jks} - h)}{h - e^{-jks}} \quad (8)$$

Il diametro del tubo utilizzato è tale per cui la condizione di onda piana, quindi esente da risonanze trasversali, è assicurata fino a circa 2500 Hz, frequenza misurabile data la ridotta spaziatura ( $s=31$  mm) fra i microfoni. La strumentazione è stata verificata misurando il coefficiente di riflessione ed il corrispondente coefficiente di assorbimento per una terminazione rigida.

Le misure effettuate con materiali fonoassorbenti di caratteristiche note risultano assolutamente stabili per un range di pressioni sonore di oltre 30 dB. Numerosi materiali fonoassorbenti di origine commerciale sono stati testati per determinare i valori di resistenza al flusso  $R$  che danno la migliore stima con le (2). Alcuni esempi sono riportati nella Fig. 3.

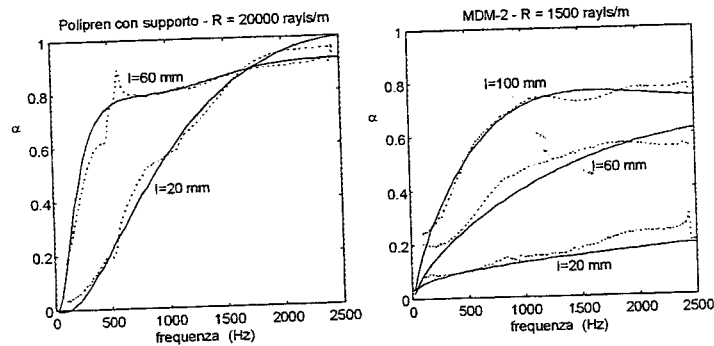


Fig. 3. Dati sperimentali (---) e curve teoriche ottimizzate (—) per il coefficiente di assorbimento per Polipren con supporto (sinistra) ed MDM-2 (destra) in vari spessori.

Come passo preliminare alla procedura numerica di ottimizzazione occorre verificare la capacità previsionale del modello per stratificazioni complesse e sufficientemente spesse, dato che nessuno dei materiali testati ha, da solo e per spessori limitati, un coefficiente di assorbimento sufficientemente alto alle basse frequenze. Il comportamento tipico di un singolo materiale fonoassorbente è riportato in Fig. 4; l'andamento di  $\alpha$  misurato e stimato per un una stratificazione di esempio con tre materiali diversi è mostrato in Fig. 5.

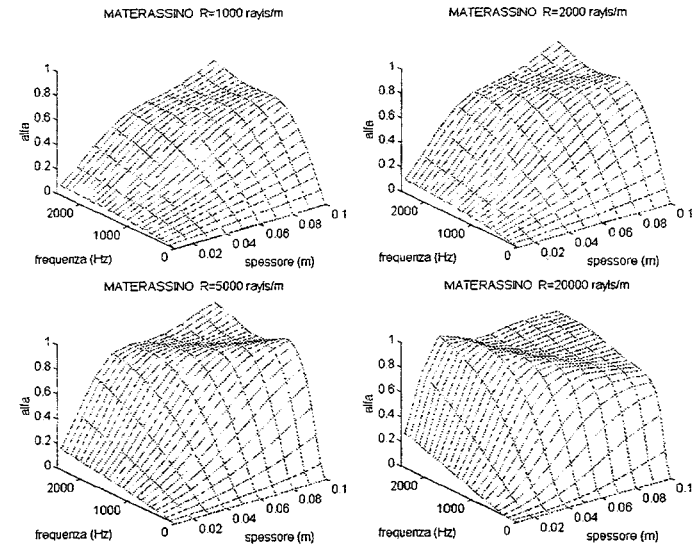


Fig. 4. Andamento stimato del coefficiente di assorbimento  $\alpha$  di un singolo materiale fonoassorbente al variare della frequenza e dello spessore per diverse resistenze al flusso.

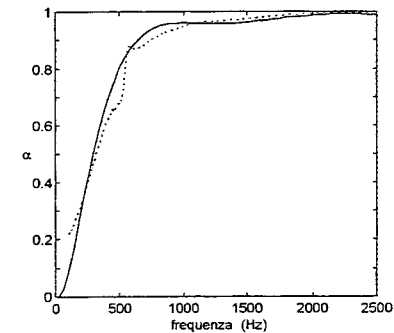


Fig. 5. Coefficiente di assorbimento  $\alpha$  misurato (---) e simulato (—). Configurazione usata: Fiberform62 (40 mm, 5000 rays/m), fibra di vetro (40 mm, 6000 rays/m), Polipren T-1 L-G (20 mm, 80000 rays/m).

#### 4. LA PROCEDURA DI OTTIMIZZAZIONE

Dato che il coefficiente di assorbimento  $\alpha$  dipende dal modulo del coefficiente di riflessione  $r$ , massimizzare  $\alpha$  significa rendere minima la prima delle (7), ovvero sia dovrebbero essere contemporaneamente  $\text{Re}(Z)=\rho c$  ed  $\text{Im}(Z)=0$ . Dalla (6) e, soprattutto, dalla (4) risulta evidente la difficoltà di ottenere una relazione analitica generale dell'espressione della resistenza al flusso  $R$  che massimizzi  $\alpha$  in funzione dell'ascissa  $x$

lungo il condotto; questa relazione avrebbe peraltro scarso significato pratico data l'impossibilità di realizzare materiali fonoassorbenti con  $R$  variabile con continuità su grandi spessori.

La fisica del sistema suggerisce una disposizione degli strati di materiale fonoassorbente tale da presentare una resistenza al flusso via via crescente: da una parte si impone un primo strato poco resistente per minimizzare la riflessione delle onde in ingresso alla terminazione anecoica; dall'altra, è necessario che l'ultimo sia molto resistente affinché l'onda non "veda" l'estremità aperta o chiusa del condotto e ne venga, di conseguenza, riflessa. Ovviamente materiali con spessori ed  $R$  discreti introducono variazioni improvvise di impedenza nel condotto per cui non è in generale possibile, con un numero finito di strati di lunghezza finita, ottenere la perfetta anecoicità della terminazione.

La procedura di ottimizzazione prevede la definizione di una funzione obiettivo e dei vincoli relativi. Occorre fare alcune scelte a priori; nel prosieguo del lavoro si sono imposti l'uso di tre soli materiali diversi, per motivi di reperibilità sul mercato e di realizzazione pratica, ed una lunghezza complessiva dell'ordine di 300÷400 mm, compatibile con l'applicazione finale del dispositivo.

Come si nota anche dai grafici di Fig. 4,  $\alpha(f)$  per un dato materiale ed un determinato spessore non è una funzione monotona ma può presentare, dopo un massimo relativo, una serie di ondulazioni. Questo può verificarsi anche per una stratificazione, per cui impone come funzione obiettivo il massimo di  $\alpha$  ad una sola frequenza porta ai risultati di Fig. 6 (sinistra).

Particolare importanza riveste la definizione delle variabili e dei vincoli. Questi ultimi sono stati definiti come segue:

- spessore dei singoli strati  $20 < s_i < l_{tot}$  (si è ritenuta priva di senso l'introduzione di uno strato di spessore inferiore ai 20 mm);
- somma degli spessori  $s_1 + s_2 + s_3 = l_{tot}$  (con  $l_{tot}$  dell'ordine di 300÷400 mm);
- resistenze al flusso  $1000 < R_i < 80000$  (campo di variabilità pratica di  $R$ ).

Le grandezze da determinare sono sei ( $s_i$  ed  $R_i$ ) con il vincolo sulla lunghezza totale, per cui le variabili utilizzate risultano essere cinque.

La funzione obiettivo è stata definita come  $f(s_i, R_i) = \max(\sum \alpha(f))$ , dove  $f$  è un vettore di frequenze stabilite a priori. Un esempio dei risultati di questa procedura di ottimizzazione, al termine della quale si hanno i valori di  $s_i$  ed  $R_i$  determinati come ottimali, è riportato in Fig. 6 (destra).

Da questa simulazione, completamente teorica, si ha un'indicazione dei valori di  $R$  da utilizzare nella pratica. Per la successiva realizzazione sono stati scelti quei materiali che hanno una resistenza al flusso paragonabile a quanto ottenuto con le simulazioni precedenti. La procedura di ottimizzazione è stata quindi ripetuta lasciando come sole variabili le lunghezze dei singoli strati, mantenendo il vincolo sulla lunghezza totale. Nel caso in oggetto, per tre strati, il numero di variabili è quindi pari a due.

I risultati numerici per la soluzione ottima sono riportati in Fig. 7. I valori di coefficiente di assorbimento sono di tutto rispetto, in quanto già a 125 Hz si ha  $\alpha > 0.8$  mentre  $\alpha > 0.95$  per  $f > 210$  Hz.

La stratificazione ottima individuata dalla simulazione numerica è stata realizzata e testata con la metodologia descritta al paragrafo precedente: la corrispondenza è ottima (Fig. 7), validando pienamente il modello e la procedura di ottimizzazione implementata.

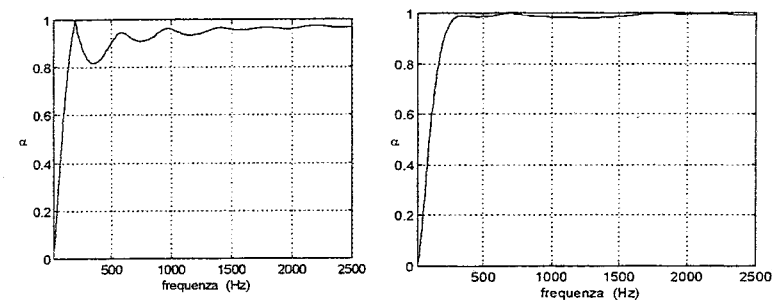


Fig. 6. Coefficiente di assorbimento per tre strati di materiale fonoassorbente posti in serie con spessori e resistenze al flusso pari a  $s_1=260$  mm,  $R_1=1400$  rayls/m,  $s_2=76$  mm,  $R_2=3200$  rayls/m,  $s_3=63$  mm,  $R_3=6000$  rayls/m. Ottimizzazione eseguita per la singola frequenza  $f=200$  Hz con vincoli  $20 < s_i < 400$  mm ed  $1000 < R_i < 60000$  rayls/m ed  $l_{tot}=400$  mm (sinistra). Simulazione per tre strati in serie con  $s_1=130$  mm,  $R_1=1000$  rayls/m,  $s_2=100$  mm,  $R_2=4400$  rayls/m,  $s_3=70$  mm,  $R_3=15000$  rayls/m. Ottimizzazione eseguita per le frequenze 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800 Hz con vincoli  $20 < s_i < 300$  mm ed  $1000 < R_i < 60000$  rayls/m ed  $l_{tot}=300$  mm (destra).

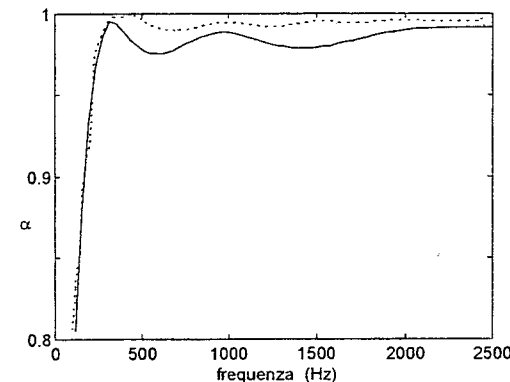


Fig. 7. Coefficiente di assorbimento misurato (---) e simulato (—) per la configurazione ottima con MDM-2 (140 mm, 1500 rayls/m), lana di vetro (100 mm, 3500 rayls/m), Polipren con supporto (60 mm, 20000 rayls/m).

## 5. CONCLUSIONI

In questo lavoro è stata mostrata una procedura numerica e sperimentale per la progettazione di una terminazione anecoica costituita da una stratificazione ottimizzata di materiali fonoassorbenti; tale soluzione consente di ottenere coefficienti di assorbimento particolarmente elevati anche alle basse frequenze con spessori assai ridotti rispetto alle soluzioni tradizionali. Il maggior costo e complicazione costruttiva sono

quindi ampiamente compensati in quelle applicazioni nelle quali gli ingombri devono essere minimi.

Per ottenere i migliori risultati è stata effettuata la caratterizzazione di numerosi materiali fonoassorbenti; la successiva fase di ottimizzazione, ossia la determinazione degli spessori ottimali fissate le resistenze al flusso, è particolarmente veloce ed efficiente. La soluzione presentata è stata applicata con successo in un'attrezzatura per la misura dell'emissione sonora di superfici vibranti.

#### BIBLIOGRAFIA

1. Bracciali, A., Cascini, G., *Un'attrezzatura per la misura del rumore emesso da una superficie vibrante*, 25° Convegno AIA 1997, Perugia, Italia.
2. American Society for Testing Materials, *Standard test method for Impedance and Absorption of acoustical materials using a tube, two microphones and a digital frequency analysis system*, norma ASTM E 1050-86.
3. Beranek, L.L., *Noise and Vibration Control*, 1971, McGraw-Hill, New York.
4. Braccesi, C., Bracciali, A., *Least Squares Estimation of Main Properties of Sound Absorbing Materials Through Acoustical Measurements*, 1996, Sottoposto per la pubblicazione ad *Applied Acoustics*.