



HF-MIRA: un algoritmo per la ricostruzione delle forze di contatto ruota-rotaia ad alta frequenza

Dott. Ing. Andrea BRACCIALI - Dott. Ing. Gaetano CASCINI**

SOMMARIO - La conoscenza delle forze di contatto ruota-rotaia alle alte frequenze è di fondamentale importanza per la progettazione del materiale rotabile e dell'armamento. Tuttavia non è possibile una misura diretta e le tecniche tradizionali di misura indiretta non si prestano allo scopo per via della mobilità della forzante. Nel presente lavoro viene illustrata una procedura del tutto generale per la ricostruzione, a partire dalla risposta, di un segnale mobile in ingresso ad un sistema lineare. Per la sua messa a punto si è scelto un sistema meccanico semplice, ma dal comportamento complesso ed assai simile a quello di una rotaia, che viene rappresentato mediante un modello autoregressivo; le serie temporali di ingresso/uscita utilizzate per la costruzione del modello sono di origine sperimentale. La verifica della procedura è realizzata mediante ricostruzione di eccitazioni mobili impartite numericamente, ed i risultati sono direttamente applicabili al contatto ruota-rotaia.

1. Introduzione

La determinazione delle forze di contatto ruota-rotaia è di grande interesse per l'ingegneria ferroviaria. Lo studio della dinamica di marcia dei veicoli, la stima delle sollecitazioni affaticanti o dei fenomeni di usura sulle rotaie, la simulazione del comportamento di singoli componenti quali traverse, attacchi, railpads, ballast, ma anche ruote, boccole, carrelli ai fini della riduzione di vibrazioni e rumore, la comprensione dei meccanismi di interazione fra ruota e rotaia, sono tutti esempi di settori per i quali la conoscenza di tali forze (sebbene in campi di frequenza differenti) sarebbe indubbiamente molto vantaggiosa.

In molti sistemi meccanici la stima della forza in ingresso presenta difficoltà elevate o risulta addirittura impossibile al di sopra di una certa frequenza. Il sistema ruota-rotaia è sicuramente uno di questi: l'impossibilità di realizzare una misura diretta da una parte, la complessità del sistema e la mobilità della forzante dall'altra, rendono il problema di difficile soluzione.

Molti ricercatori si sono cimentati in questa attività: i più hanno affrontato il problema costruendo modelli numerici che simulano l'interazione fra ruota e rotaia. I modelli più completi sono stati sviluppati da REMINGTON e da THOMPSON [1, 2]: nonostante i risultati ottenuti siano apprezzabili, questi modelli risultano particolarmente complessi, le simulazioni sono molto onerose in termini di tempo macchina ed in pratica questo tipo di approccio è più adatto alla stima del rumore emesso a causa del rotolamento, che alla determinazione delle forze di contatto.

In campo veicolistico si fa usualmente ricorso a tecni-

che di misura indirette, che cioè permettono di stimare la forza osservando la deformazione degli organi della sospensione utilizzando estensimetri montati direttamente a bordo del veicolo (su ruote ed assili nel caso ferroviario e su braccetti di sospensione e ammortizzatori nel caso automobilistico), eventualmente con l'uso di telemetria. Questo approccio può essere seguito solo qualora si voglia limitare l'analisi alle basse frequenze, inferiori tipicamente a 100 Hz, alle quali i corpi, pur con la loro elasticità, non hanno modi propri. La funzione di trasferimento fra la grandezza misurata (deformazione) e quella in ingresso (forza) è determinabile, in questo caso, con una semplice taratura al banco della catena di misura in condizioni statiche o quasi-statiche.

Quando si debbano affrontare problemi di rumore e vibrazioni ad alta frequenza (poligonazione ruote e/o mazzatura rotaie), le tecniche estensimetriche non sono più sufficienti ed occorrerebbe ricorrere a misure effettuate con accelerometri solidali agli organi rotanti (assile, ruote) utilizzando impianti di telemetria con elevate bande passanti di costo notevole.

La stima delle forze di contatto in ingresso al sistema può essere effettuata soltanto mediante tecniche di ricostruzione indiretta del segnale, che sfruttano il terzo principio della dinamica, consentendo di misurare le sole quantità misurabili economicamente (cioè a punto fisso che dipendono dalle forze mutuamente scambiate fra ruota e via). Queste tecniche elaborano segnali di accelerazione o di rumore mediante algoritmi di ricostruzione che utilizzano modelli matematici del sistema meccanico.

La modellazione del comportamento dinamico del binario presenta notevoli difficoltà dovute essenzialmente ai seguenti fattori:

- le rotaie hanno lunghezza "infinita" e si comportano

(*) Università degli Studi di Firenze - Dipartimento di Meccanica e Tecnologie Industriali.

come una guida d'onda, per cui non esistono modi propri ma solo frequenze alle quali la propagazione delle onde è favorita;

- il supporto del binario non è continuo, bensì discreto; in corrispondenza dei supporti si ha una elevata dissipazione di energia a causa dello smorzamento introdotto dalle gomme di sottorotaia (*railpads*) e contemporaneamente una dispersione di energia verso il terreno;

- per frequenze di vibrazioni superiori a 1 kHz, la sezione della rotaia si deforma, in particolare a causa di sbandieramenti delle ali del piede e del fungo.

La presenza di una forzante mobile, che quindi agisce su porzioni diverse del sistema in istanti diversi, complica ulteriormente il problema. Un primo approccio consiste nel suddividere idealmente il sistema su cui agisce la forza in elementi di lunghezza finita, per cui si hanno tanti ingressi e tante uscite quanti sono gli elementi considerati. Il sistema così schematizzato è di tipo MIMO (Multiple Input Multiple Output), le cui funzioni di trasferimento sono costanti nel tempo ma la ricostruzione della forza consiste nella determinazione simultanea di tutti gli ingressi del sistema. L'inversione della matrice delle funzioni di trasferimento, il cui generico termine i, j alla frequenza f è costituito dalla funzione di trasferimento $H_{ij}(f)$, presenta notevoli difficoltà a causa di problemi di malcondizionamento (si vedano i paragrafi 2.2 e 4).

Alternativamente si può tenere conto del fatto che in ogni istante la forza agisce in un unico punto (o elemento); nell'intervallo di tempo in cui la forza agisce su un determinato elemento il sistema può essere considerato SIMO (Single Input Multiple Output) o SISO (Single Input Single Output) a seconda del numero di punti in cui si misura la risposta. Seguendo questo approccio, però, la funzione di trasferimento risulta variabile nel tempo.

La ricostruzione dell'ingresso, mediante inversione delle funzioni di risposta in frequenza (FRF), risulta inefficiente per i seguenti motivi:

- nel caso generico il tempo impiegato dalla forza per attraversare un elemento di rotaia è piuttosto breve (se si escludono le basse velocità), vale a dire che pochi sono i campioni del segnale ad esso relativo; nel dominio della frequenza ingresso e uscita vengono descritti con un numero troppo limitato di linee;

- la risposta del sistema in un certo istante t^* non è altro che la somma dei contributi dati dalla forza al passaggio sugli elementi negli istanti precedenti a t^* ; tuttavia, i segnali devono essere finestrati per eliminare i problemi di *leakage*, ma si introducono delle distorsioni che non rendono possibile la sovrapposizione degli effetti.

Questo tipo di approccio è stato seguito da Ten Wolde e Van Ruiten [3], che hanno superato le suddette difficoltà introducendo, però, ipotesi di lavoro che non trovano rispondenza nella realtà. Essi hanno considerato il sistema come SISO, caratterizzando la sola sezione di misura, ricostruendo la forza di contatto semplicemente invertendo la FRF puntuale e moltiplicandola per lo spettro della

risposta misurata al passaggio della ruota sulla sezione di misura. È evidente che questa tecnica, pur da apprezzare per aver aperto nel 1982 la strada alla misura indiretta delle forze di rotolamento, non tiene minimamente conto del contatto ruota-rotaia negli istanti antecedenti e seguenti al passaggio sulla sezione strumentata. In particolare si trascura la risposta del binario all'istante t^* dovuta all'azione della forza negli istanti precedenti.

Nel presente lavoro viene esposta una metodologia per la ricostruzione di un segnale mobile in ingresso ad un sistema smorzato e con risposte in frequenza fortemente variabili spazialmente. Tale metodologia, denominata HF-MIRA (High Frequency - Mobile Input Reconstruction Algorithm), è del tutto generale e può essere applicata a qualunque sorgente mobile (aerei, treni, veicoli su gomma,...) su strutture lineari di qualunque tipo (aria, ponti, binari,...). Essa utilizza un modello della struttura realizzato mediante elaborazione delle serie temporali delle risposte all'impulso, dato che per queste strutture il ricorso a modelli a parametri concentrati risulta impossibile per la modellazione alle alte frequenze. Queste tecniche, tipiche dell'analisi di sistemi elettronici, non forniscono dei parametri concentrati applicabili alla modellazione generale del mezzo di trasferimento ma si applicano esclusivamente al sito di misura. L'ottima descrizione fino alle alte frequenze viene quindi pagata con una perdita in generalità e con la mancanza di correlazione diretta del modello ottenuto con i classici parametri dinamici.

Nel presente lavoro la trattazione viene finalizzata all'applicabilità al caso del contatto ruota-rotaia. La verifica della procedura richiederebbe il confronto fra il segnale misurato e quello ricostruito di una generica eccitazione mobile; data l'impossibilità di misurare direttamente forzanti mobili, si sono impartite numericamente delle eccitazioni e la risposta è stata stimata per via numerica.

L'applicazione e la validazione dell'algoritmo HF-MIRA sono state effettuate eseguendo i seguenti passi:

- scelta, caratterizzazione e modellazione di un sistema meccanico con caratteristiche meccaniche analoghe ad un binario ferroviario (par. 2);
- applicazione numerica al sistema di una forzante mobile arbitraria e stima dell'uscita senza fare uso del modello della struttura (par. 3);
- ricostruzione dell'input con HF-MIRA e confronto con l'input impartito (par. 4).

2. Scelta e modellazione di una struttura meccanica complessa

La scelta e la modellazione del sistema meccanico per la messa a punto e la verifica della procedura di ricostruzione della forzante rivestono un'importanza fondamentale. Nel presente paragrafo vengono illustrate le motivazioni di tale scelta, le misure effettuate sulla struttura in prova e le modalità di modellazione nel dominio del tempo.

2.1. Scelta della struttura meccanica e caratterizzazione sperimentale

Per la messa a punto dell'algoritmo non è strettamente necessario effettuare le misure direttamente sul binario, ma è sufficiente scegliere una struttura che *dinamicamente* si comporti in maniera analoga ad esso, cioè abbia risposte simili [9]. La modellazione specifica di un binario a partire dai rilievi sperimentali delle funzioni di risposta in frequenza verrà trattata in un articolo di prossima pubblicazione; per la verifica dell'algoritmo si è pertanto utilizzata una struttura semplificata con le seguenti caratteristiche:

- è osservabile;
- è invariante nel tempo, almeno nell'intervallo di tempo necessario alla caratterizzazione del sistema ed alla misura dell'uscita dovuta ad ingressi effettivi;
- è sufficientemente smorzata (modulo della risposta in frequenza contenuto entro un range di circa 20+30 dB, contro gli oltre 60 dB di strutture poco smorzate);
- non presenta modi prevalenti che dominano il comportamento;
- è lineare nel range dei valori degli ingressi impartiti.

Sotto queste ipotesi, il sistema può essere descritto mediante un numero limitato di risposte in frequenza in prima approssimazione costanti per ciascun tratto della struttura.

La struttura scelta, schematicamente illustrata in fig. 1, è stata supportata durante l'esecuzione delle misure su vincoli sufficientemente cedevoli da simulare il cosiddetto comportamento *free-free* (libero-libero, ossia oscillazioni libere dopo l'applicazione della forzante impulsiva iniziale ed assenza di vincolo o con frequenze di oscillazione rigide sui supporti molto basse). Le ipotesi precedentemente menzionate sono tutte soddisfatte, e per la caratterizzazione della struttura, necessaria per la costruzione del modello, si è fatto ricorso alla misura della sua risposta dinamica sotto ingressi meccanici misurabili.

La struttura è stata discretizzata in 13 elementi, per i quali si considera invariante la risposta qualunque sia il

punto di eccitazione all'interno di ciascuno di essi; la forza è stata impartita nel punto centrale di ogni elemento, mentre l'uscita è stata misurata in un unico punto (punto 1). L'eccitazione è stata impartita al sistema con un martello strumentato (Bruel&Kjaer 8001), con punta molto rigida, in modo che lo spettro della forzante avesse componenti utili fino a 10 kHz. L'eccitazione ad impatto è stata preferita all'utilizzo di uno shaker elettrodinamico in quanto l'eventuale caratterizzazione di un binario ferroviario deve essere effettuata senza interrompere l'esercizio, cosa non possibile con uno shaker. L'uscita del sistema è stata misurata con un accelerometro piezoelettrico monoassiale incollato con risposta in frequenza montata adeguata fino a 10 kHz.

Per la stima delle FRF si è imposta una finestra esponenziale sulla risposta ed una finestra esponenziale troncata sulla forza⁽¹⁾. Si eliminano così i problemi di *leakage* senza introdurre errori di ampiezza o di fase in quanto gli effetti delle finestre si compensano in seguito al rapporto fra gli spettri di uscita ed ingresso.

Su ciascuna sezione di eccitazione si sono effettuate sei diverse acquisizioni (2048 campioni per canale) con una frequenza di campionamento di 25.6 kHz. In fig. 2 sono riportate le serie temporali relative alla misura dell'inertanza puntuale dell'elemento 1 da cui si vede che il periodo di acquisizione è ampiamente sufficiente al decadimento della risposta dato l'elevato smorzamento della struttura.

In fig. 3 si riporta, come esempio, la FRF puntuale $H_{1,1}$ che risulta definita su 800 linee. È importante osservare che le FRF sono state utilizzate unicamente per impartire numericamente un'eccitazione nota alla struttura e verificare la validità dell'algoritmo HF-MIRA; nel caso generico, ai fini della ricostruzione della forzante mobile questo passo non è necessario, in quanto si farà uso esclusivamente dei segnali nel dominio del tempo.

(1) Per una introduzione all'analisi dei segnali provenienti dall'eccitazione di sistemi meccanici si veda ad es. D.J. EWINS "Modal Testing: Theory and Practice", Research Studies Press Ltd., England 1986.

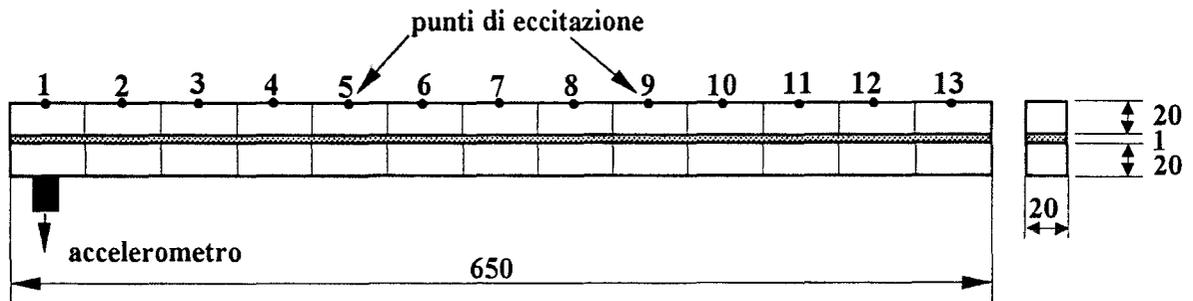


Fig. 1 - Schema della struttura meccanica utilizzata per la validazione dell'algoritmo HF-MIRA: due travi in acciaio a sezione quadrata con interposto uno strato di materiale smorzante. I punti numerati indicano le sezioni su cui è stata impartita l'eccitazione nella fase di caratterizzazione del sistema. In corrispondenza della sezione 1 è stato posto un accelerometro per la misura della risposta.

2.2. Modellazione della struttura scelta

La modellazione di sistemi meccanici viene effettuata con modelli a parametri concentrati (massa-smorzatore-molla), o con modelli non parametrici attraverso le funzioni di trasferimento input-output nel dominio della frequenza (Frequency Response Function - FRF) o del tempo (Impulse Response Function - IRF).

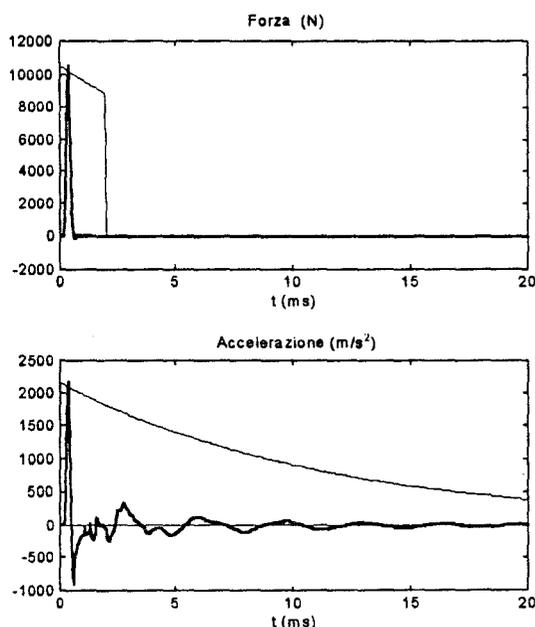


Fig. 2 - Serie temporali dell'eccitazione impartita con martello strumentato (sopra) e della risposta (sotto) nel punto 1. Con linea fine sono tracciate le finestre di pesatura. Sono mostrati solo i primi 512 campioni di ciascun segnale, mentre per ogni misura sono stati acquisiti 2048 campioni.

Il primo metodo, o approccio modale, ha il pregio di fornire caratteristiche direttamente correlabili con le proprietà fisiche del sistema, ma non è applicabile alla generalità delle strutture: se il sistema presenta modi fortemente accoppiati, smorzamenti elevati e modi locali numerosi (quindi tipicamente alle frequenze elevate) non è possibile effettuare alcuna estrazione dei parametri modali. I sistemi fortemente smorzati rientrano tipicamente in questa categoria. Alcuni autori hanno modellato il binario seguendo questo approccio, ma i risultati ottenuti non sono soddisfacenti alle alte frequenze. Per una trattazione completa della modellazione a parametri concentrati dell'interazione veicolo-binario si veda [4].

Il secondo metodo è assolutamente generale e risulta particolarmente efficiente per la modellazione della risposta in funzione dell'ingresso per qualunque grado di libertà misurato. Tuttavia, nelle applicazioni di ricostruzione dell'eccitazione a partire dall'uscita si hanno insormontabili difficoltà dovute a problemi di malcondizionamento durante l'inversione della FRF [5].

La tecnica di modellazione proposta nel presente lavoro, tipica dell'ingegneria dei sistemi di controllo, non presenta le limitazioni di questi due metodi, in quanto è applicabile a strutture del tutto generali (purché lineari) e non necessita, in fase di ricostruzione della forzante, dell'inversione di matrici. Si basa sull'elaborazione delle storie temporali discretizzate (*time series* o *time histories*) dei segnali in ingresso ed in uscita al sistema durante la fase di caratterizzazione.

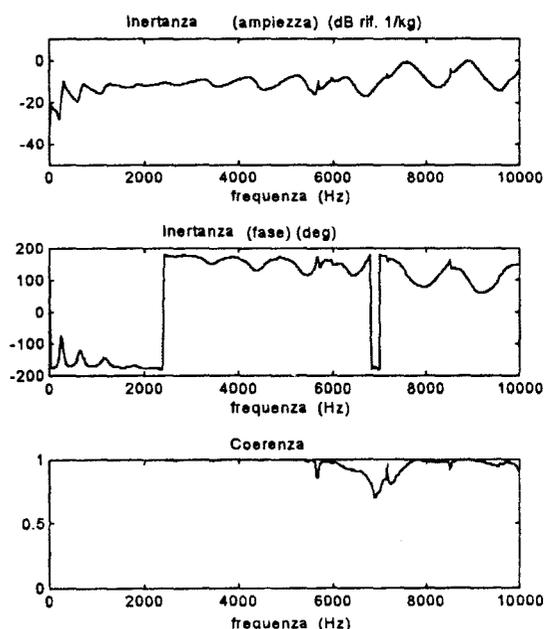


Fig. 3 - Ampiezza, fase e coerenza (6 medie) della FRF $H_{1,1}$ puntuale. La qualità della misura è ottima fino a 10 kHz, come evidenziato dagli elevati valori di coerenza.

Nel seguito i segnali a tempo discreto saranno indicati con la notazione generica $x(t)$, in cui t assume i valori $0, \Delta T, 2\Delta T, \dots$ e ΔT è il periodo di campionamento.

Le caratteristiche di questo tipo di modelli sono qui riportate⁽²⁾:

- il modello è parametrico, ovvero descrive il comportamento del sistema mediante un numero finito di parametri che non sono legati alla fisicità del sistema stesso, ma dipendono esclusivamente da come i segnali di input vengono "trasformati" nei segnali di output;
- i parametri vengono estratti facendo uso di un numero di informazioni decisamente sovrabbondante rispetto a quello strettamente necessario, garantendo così la massima affidabilità della stima; è possibile, inoltre, valutare l'indeterminazione dei parametri e, con opportune procedure di validazione del modello, ridurne l'entità;
- è possibile valutare l'effetto sull'uscita di eventuali

(2) Per ulteriori dettagli si consultino i testi di base [6, 7].

ingressi non misurati (rumore). Se questo effetto è piccolo allora l'uscita dipende solo dagli ingressi misurati e pertanto è possibile effettuare una stima degli ingressi a partire dall'uscita, altrimenti nell'inversione si attribuisce all'ingresso incognito il contributo non trascurabile del rumore presente nel sistema;

- il numero di parametri che descrivono globalmente il sistema è piccolo. Il modello risulta più stabile rispetto a quelli basati su FRF per i quali ogni linea dello spettro (frequenza) è stimata indipendentemente dalle altre, per cui si possono avere errori locali elevati anche su modelli derivati da misure ed elaborazioni complessivamente accurate. Il modello parametrico effettua una sorta di "addolcimento" delle FRF sperimentali, eliminando gli errori locali.

In particolare per l'identificazione della struttura di fig. 1 si è realizzato un modello ARMAX⁽³⁾ (fig. 4) la cui equazione caratteristica nel caso di sistema SISO è

$$A(q) y(t) = B(q) u(t-nk) + C(q) e(t) \quad (1)$$

dove q, detto operatore di ritardo, è tale per cui

$$q u(t) = u(t+1)$$

dove A(q), B(q), C(q) sono polinomi dell'operatore di ritardo q⁻¹ nella forma

$$A(q) = 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} + \dots + a_{na}q^{-na}$$

$$B(q) = b_1q^{-1} + b_2q^{-2} + \dots + b_{nb}q^{-nb}$$

$$C(q) = 1 + c_1q^{-1} + c_2q^{-2} + \dots + c_{nc}q^{-nc}$$

ed nk è il numero di ritardi fra input e output, ossia il numero minimo di intervalli ΔT necessari affinché il segnale in ingresso venga "trasmesso" all'uscita.

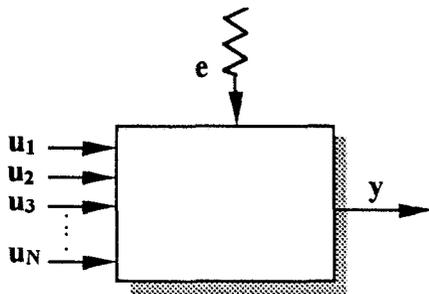


Fig. 4 - Diagramma a blocchi di un sistema MISO in presenza di rumore esterno e/o ingressi non controllati.

Se sul sistema agisce un'unica forzante mobile, secondo quanto detto precedentemente, è possibile trattare il sistema come SISO, in quanto la forza opera in intervalli

(3) ARMAX: Auto Regressive Moving Average with eXtraneous input. Modello di un sistema tenendo conto di rumore sui parametri in ingresso, dovuto ad errori di misura e/o parametri non considerati.

di tempo distinti sui diversi punti del sistema. È utile esplicitare la (1) nella forma

$$\begin{aligned} y(t) + a_1y(t-1) + \dots + a_{na}y(t-na) = \\ = b_1u(t-nk) + b_2u(t-nk-1) + \dots + b_{nb}u(t-nk-nb+1) + \\ + e(t) + c_1e(t-1) + \dots + c_{nc}e(t-nc) \end{aligned} \quad (2)$$

Per un sistema generale MIMO l'equazione caratteristica è formalmente uguale alla (1) con la particolarità che i coefficienti a_i e c_i sono matrici n_yxn_y ed i coefficienti b_i sono matrici n_yxn_u, dove con n_u ed n_y si sono indicati rispettivamente il numero di ingressi e di uscite.

Per la costruzione del modello si è fatto uso delle librerie contenute nel Matlab Identification Toolbox [8]. La stima dei parametri del modello viene realizzata secondo il *prediction error method* che iterativamente riduce l'errore ai minimi quadrati commesso nella rappresentazione del comportamento del sistema. Allo scopo è necessario indicare il numero di parametri con i quali si intende descrivere il sistema - ovvero le dimensioni di A, B, C - e l'entità del ritardo nella risposta a ciascun ingresso. A tale riguardo è necessario sottolineare che la modellazione di sistemi meccanici richiede solitamente un numero di parametri decisamente più elevato rispetto ai sistemi elettronici a causa della maggiore complessità delle risposte in frequenza.

Per una corretta costruzione del modello è necessario che la stima dei parametri venga effettuata a partire da esempi del comportamento del sistema i più generici possibili: le serie temporali di forza e risposta devono costituire un insieme completo di informazioni.

In generale, se la natura della eccitazione è nota, conviene costruire il modello a partire da segnali che siano qualitativamente analoghi a quelli attesi ed approssimativamente della stessa intensità. Questa seconda precauzione consente di cautelarsi contro eventuali piccole non linearità del sistema (sicuramente presenti anche nel binario ferroviario).

L'eccitazione a impatto risponde a tali requisiti, in quanto forza e risposta sono a larghissima banda. Inoltre, sono della stessa natura le forze dinamiche dovute al rotolamento, perché causate dagli urti dovuti alla rugosità relativa dei due profili. Nessuna precauzione è stata presa in questo caso riguardo all'ampiezza delle forze applicate, dato che l'applicazione ha come unico scopo la validazione della bontà dell'algoritmo HF-MIRA. Peraltro la struttura scelta si è mostrata lineare in un ampio campo di ampiezze di eccitazione.

La struttura è stata modellata con 36 poli per l'unica uscita misurata e 35 zeri per ciascuno dei 13 ingressi. Il numero di parametri utilizzato (491) è solo apparentemente elevato: modellando il sistema in termini di funzioni di risposta in frequenza si avrebbero 13 FRF, vale a dire oltre 10000 linee spettrali.

Ai ritardi si è assegnato un valore compreso fra ΔT e

$4\Delta T$, in funzione della distanza fra punto di eccitazione e punto di risposta, in considerazione del fatto che la velocità di propagazione delle varie onde elastiche nel ferro è dell'ordine di 5 km/s.

In fig. 5a e 5b si riportano una FRF di trasferimento (H_{ij} con $i \neq j$) e la FRF puntuale (H_{ij} con $i=j$), che mostrano la buona capacità di rappresentazione del sistema da parte del modello sia in modulo, sia in fase, sull'intero campo di frequenza analizzato.

La posizione sul piano z rispetto alla circonferenza di raggio unitario dei poli del sistema e degli zeri relativi all'ingresso 12 è mostrata quale esempio in fig. 6. La distribuzione pressoché uniforme sul piano z conferma la necessità di descrivere accuratamente il sistema in tutto il campo di frequenze.

3. Simulazione dell'applicazione di un segnale mobile in ingresso

Per una corretta validazione dell'algoritmo HF-MIRA è necessario che le prove di ricostruzione siano effettuate in presenza di eccitazioni che siano le più generali possibili. Poiché non è possibile applicare una forza mobile nota, né misurare una forza in movimento sulla trave, è necessario simulare la risposta del sistema in presenza di una forza imposta numericamente.

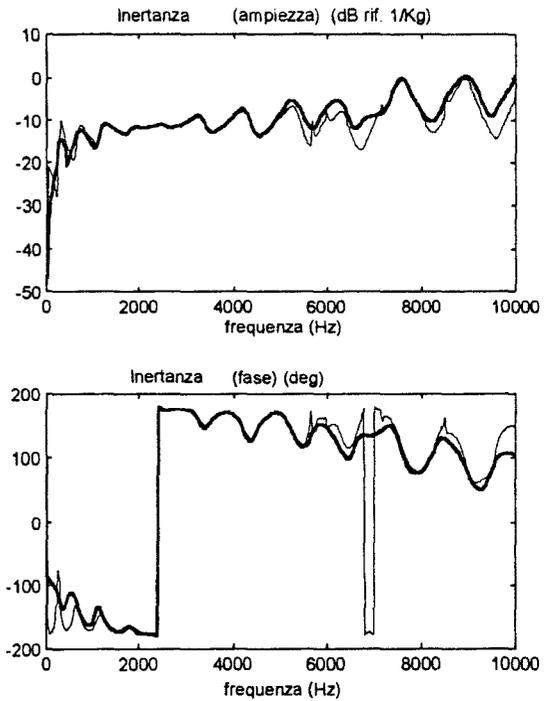


Fig. 5b - Ampiezza e fase della risposta in frequenza $H_{1,1}$ sperimentale (linea fine) ed associata al modello ARMAX della struttura (linea spessa).

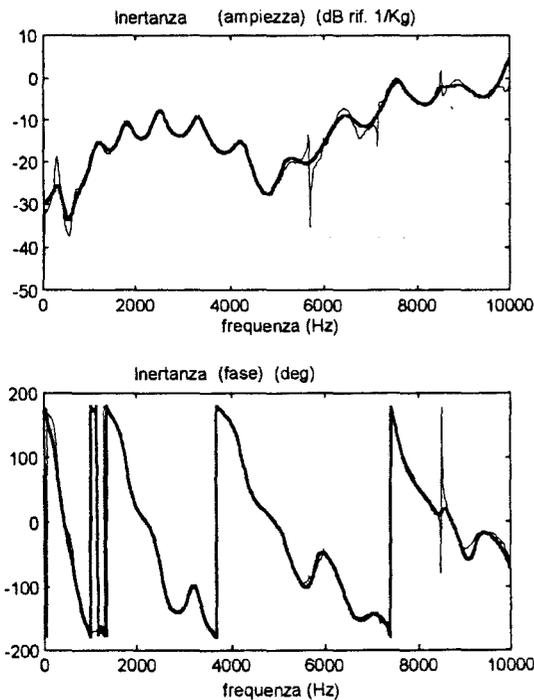


Fig. 5a - Ampiezza e fase delle risposte in frequenza $H_{1,12}$ sperimentale (linea fine) ed associata al modello ARMAX della struttura (linea spessa).

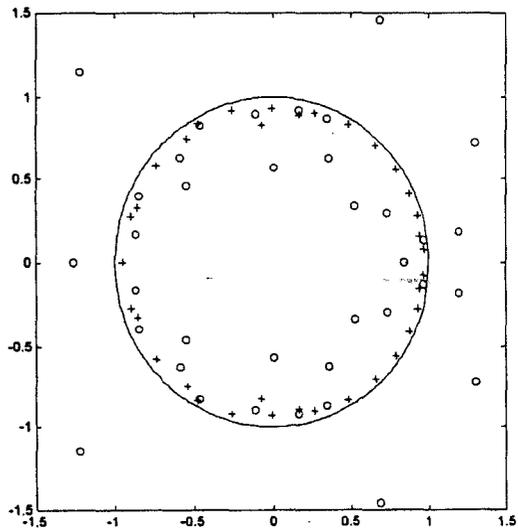


Fig. 6 - Poli (+) e zeri (o) della FRF $H_{1,12}$ sul piano z .

3.1. Scelta del tipo di segnale mobile

L'eccitazione impartita ad un sistema per l'analisi del suo comportamento può essere di vario tipo (a banda stretta o larga, con fase assegnata o casuale,...). Per garantire la massima generalità della validità della procedura di ricostruzione proposta sono stati impartiti due ingressi di

natura del tutto diversa (fig. 7):

- un segnale a larga banda, con ampiezza relativamente costante (dinamica $\cong 20$ dB) e fase casuale, che ricalca la dinamica di segnali reali presumibilmente riscontrabili nel contatto ruota-rotaia [3];
- un segnale a banda stretta, ossia una sinusoide pura, con un rumore di fondo di -30 dB rispetto al suo massimo.

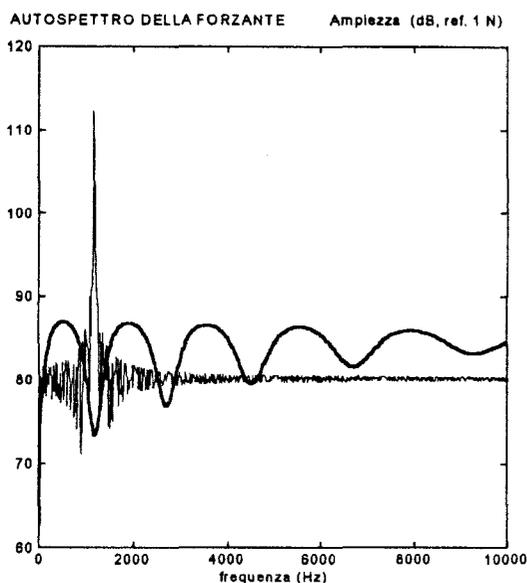


Fig. 7 – Ampiezza delle forze applicate al sistema: una eccitazione a larga banda ed una a banda stretta. La fase per entrambi i segnali è stata imposta casuale.

Questi segnali consentono di testare la procedura di ricostruzione dell'ingresso in tutto il campo di frequenze nel quale sono state effettuate le misure. La scelta della fase casuale coincide con la tipica eccitazione presente nei sistemi reali; questa scelta comporta ovviamente l'obbligo di effettuare delle medie per la determinazione delle proprietà energetiche dei segnali ricostruiti.

3.2. Applicazione della forzante e stima dell'uscita

Se una forzante mobile eccita la struttura, i singoli elementi di fig. 1 sono interessati da segmenti distinti del segnale in ingresso, con una sequenza ed un'ampiezza che dipendono dalla legge di moto del punto di eccitazione. Nell'ipotesi di linearità del sistema, e quindi di validità del principio di sovrapposizione degli effetti, la risposta del sistema può essere calcolata come somma delle uscite dovute all'applicazione di forze distinte sui diversi elementi.

L'eccitazione del sistema mediante applicazione diretta della forza sugli elementi della trave è troppo grossolana. Per ottenere un risultato più plausibile si è introdotta una finestra triangolare per l'applicazione della forza su

due elementi adiacenti: si è assunta una variazione lineare delle FRF fra due punti successivi di misura e la stima dell'uscita è stata effettuata nel rispetto di questa ipotesi di lavoro. Per una più semplice implementazione del software, si sono considerate costanti le FRF, mentre la forza è stata distribuita in modo tale che essa agisca per intero su un elemento, quando il suo punto di applicazione giace esattamente sulla mezzeria dell'elemento medesimo, e decresca linearmente man mano che si sposta verso la mezzeria dell'elemento successivo (fig. 8). La risposta a ciascun ingresso è stata calcolata mediante convoluzione con le risposte all'impulso sperimentali e la risposta complessiva del sistema è stata ottenuta per sovrapposizione degli effetti.

È importante osservare che il modello ARMAX della struttura non è stato coinvolto nella definizione della risposta del sistema da utilizzare per la ricostruzione della forzante mediante HF-MIRA. Questo accorgimento è fondamentale per una corretta validazione dell'algoritmo. Per altro, l'utilizzo delle IRF sperimentali garantisce la massima affidabilità del risultato, in quanto i dati relativi al comportamento dinamico del sistema non sono stati minimamente "manipolati" numericamente.

Nell'esempio di fig. 8 si è per la forzante una velocità costante, anche se non c'è alcuna limitazione in tal senso.

4. L'algoritmo HF-MIRA

Per i sistemi con uguale numero di ingressi e di uscite, la determinazione degli ingressi incogniti è possibile, da un punto di vista teorico, mediante l'inversione della matrice delle FRF. Se il numero delle uscite è maggiore del numero degli ingressi, caso algebricamente iperdeterminato, la ridondanza di informazioni rende più robusta la stima delle eccitazioni mediante l'utilizzo della matrice pseudo-inversa⁽⁴⁾.

Le matrici delle FRF da invertire sono spesso malcondizionate, tali cioè che a piccoli errori nella misura corrispondono errori rilevanti nelle forze stimate, soprattutto in prossimità delle antirisonanze. È stato dimostrato [5] che il malcondizionamento aumenta con il numero delle incognite e che, quando queste sono più di tre, a poco serve incrementare la ridondanza delle uscite misurate.

L'algoritmo HF-MIRA stima la forzante mobile agente su una struttura, descritta mediante un modello parametrico ARMAX del sistema, a partire dalla risposta reale della struttura stessa all'eccitazione incognita. Nel presente lavoro la procedura è verificata facendo ricorso al modello ARMAX mostrato nel par. 2 ed alla risposta del sistema simulata con la modalità mostrata nel par. 3.

(4) La matrice pseudo-inversa consente la risoluzione di un sistema sovradeterminato (più equazioni che incognite) fornendo la soluzione che minimizza l'errore quadratico.

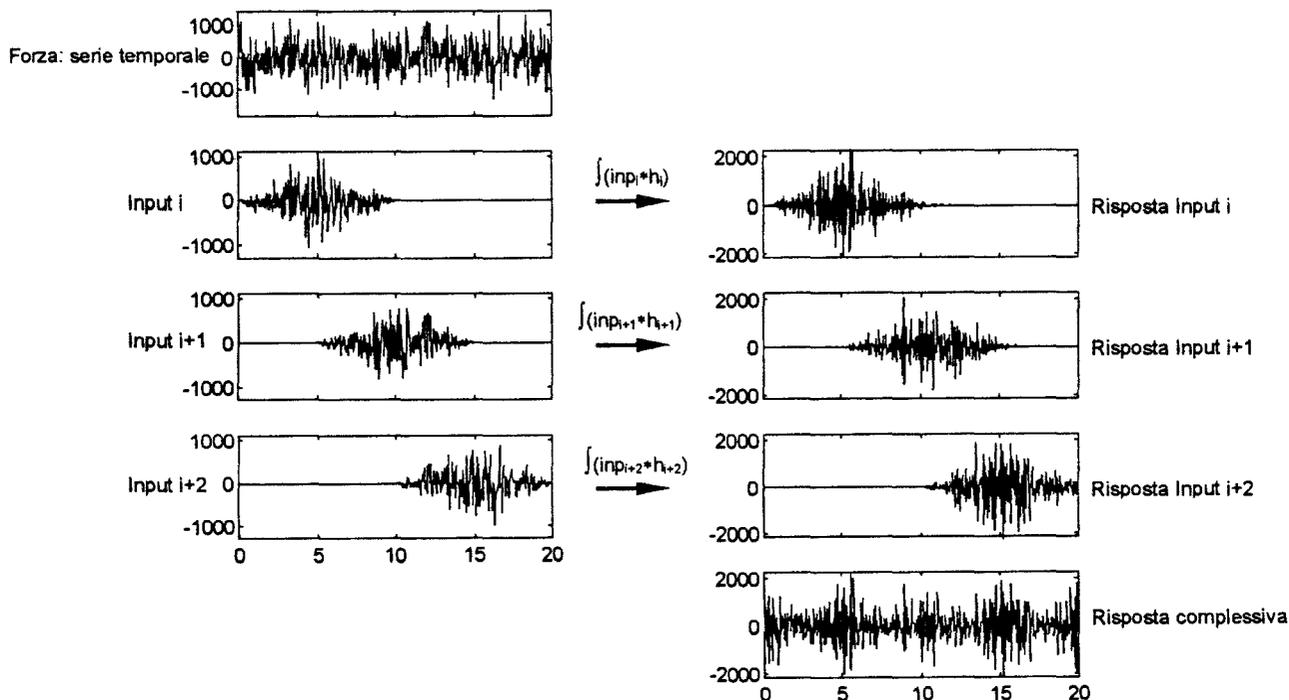


Fig. 8 - Applicazione numerica di una forzante mobile al sistema. Il segnale è distribuito linearmente fra gli elementi adiacenti (sinistra). Le risposte a ciascun ingresso, ottenute mediante convoluzione con le IRF sperimentali, sono sommate insieme per la stima dell'uscita globale. In questa fase il modello ARMAX della struttura non viene coinvolto.

Supponendo noto il moto della forzante sono noti i tempi di attraversamento degli elementi in cui si è discretizzato il sistema. Apparentemente il sistema presenta un numero di ingressi uguale al numero di elementi in cui si è suddivisa la struttura. Tuttavia, considerando separatamente gli intervalli di tempo in cui la forza agisce su un unico elemento, si può ridurre il problema allo studio di un sistema SISO, per cui sono eliminati i problemi di malcodizionamento. Ovviamente l'uscita in un certo intervallo risente dell'eccitazione che ha agito negli intervalli precedenti, e l'algoritmo proposto tiene opportunamente in conto questo effetto.

La risposta del sistema relativa al passaggio della forza sul primo elemento della struttura dipende unicamente dall'azione di detta forza, in quanto negli istanti precedenti tutti gli ingressi erano nulli. Nel caso del binario ferroviario questa ipotesi viene a mancare; ciò nonostante, l'elevato smorzamento del sistema consente di affermare che la ricostruzione può comunque essere innescata supponendo valida tale assunzione. Inevitabilmente risultano affetti da errore i primi campioni della forzante ricostruiti, ma scartati questi, la stima viene effettuata correttamente. Il numero di campioni da scartare dipende fondamentalmente dalla persistenza temporale delle vibrazioni nel sistema e quindi dal grado di smorzamento della struttura.

Qualora sia possibile disporre di più uscite per la ricostruzione di una medesima forzante, la stima può essere irrobustita ricorrendo a tecniche di analisi statisti-

ca, nonché si può valutare l'affidabilità della soluzione dall'esame della dispersione dei risultati.

4.1. Algoritmo di ricostruzione del segnale in ingresso

L'algoritmo HF-MIRA (fig. 9) si basa sull'ipotesi che l'uscita dovuta agli ingressi non controllati ed al rumore sia trascurabile rispetto a quella determinata dalla forza incognita $(A(q)y(t) \gg C(q)e(t))$. Per la ricostruzione di una eccitazione non è necessaria alcuna iterazione; i seguenti passi vengono ripetuti una sola volta per ciascuno degli elementi del sistema a partire dalla sezione iniziale (sect=1):

- 1) stima dell'ingresso u_{ric} della sezione attuale a partire dalla sola uscita locale y^* del sistema SISO equivalente, mediante la procedura illustrata in seguito;
- 2) previsione dell'uscita y_{sim} dovuta al solo ingresso u_{ric} ;
- 3) aggiornamento della risposta del sistema y^* mediante sottrazione della y_{sim} (stimata al punto 2) da y^* ;
- 4) passaggio alla sezione successiva (sect=sect+1) ed iterazione fino al raggiungimento della sezione finale (sect=n); la forza da ricostruire viene determinata come sequenza degli ingressi ricostruiti al passo 1.

Il cuore della ricostruzione si basa sulla determinazione della serie temporale in ingresso ad un sistema SISO a partire dalla risposta del sistema e dalla sua funzione di trasferimento in termini di poli e zeri. In questo lavoro si propone un

artificio originale che consente di prevenire fenomeni di instabilità dovuti all'inversione di zeri interni al cerchio unitario sul piano z (che in seguito all'inversione diventano poli esterni al cerchio unitario e quindi instabili).

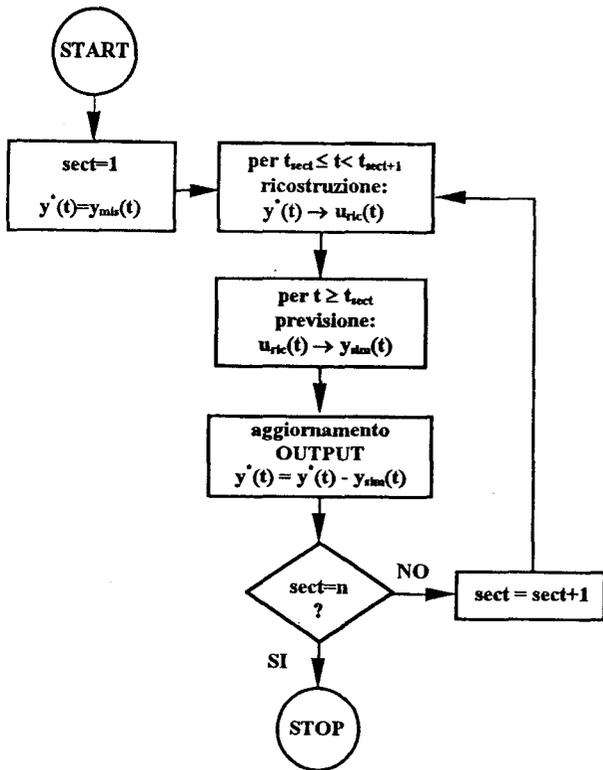


Fig. 9 - Schema a blocchi dell'algorithm HF-MIRA.

Trascurando l'effetto di ingressi non controllati, secondo quanto supposto in precedenza, l'equazione (1) può essere scritta più convenientemente nella forma

$$A(q)y(t)=B(q) u(t)= B^{int}(q) B^{ext}(q) u(t) \quad (3)$$

in cui B(q), di cui alla (1) è stato fattorizzato nei polinomi B^{int}(q) e B^{ext}(q) che tengono in conto rispettivamente degli zeri interni ed esterni alla circonferenza di raggio unitario sul piano z (fig. 6).

Si definisce, per comodità di trattazione, la *time history* ausiliaria x₀(t)

$$x_0(t)=B^{ext}(q) u(t) \quad (4)$$

Di conseguenza, la (3) diventa

$$A(q)y(t)=B^{int}(q)x_0(t) \Rightarrow x_0(t)=\frac{A(q)}{B^{int}(q)}y(t) \quad (5)$$

equazione rappresentativa di un sistema fittizio la cui rappresentazione grafica è quella in fig. 10.

La *time history* intermedia x₀(t) può essere valutata mediante la (5) senza problemi numerici, in quanto i poli

di A(q)/B^{int}(q) sono tutti stabili per definizione; x₀(t) è reale in quanto y(t) è reale e poli e zeri sono o reali o complessi coniugati.

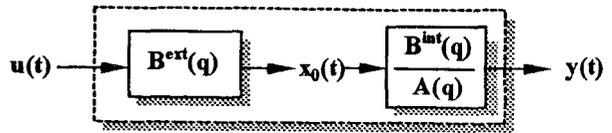


Fig. 10 - Diagramma a blocchi del sistema ottenuto mediante scomposizione di B(q) e l'uso della serie temporale ausiliaria x₀(t). Il polinomio B(q) è stato fattorizzato nei polinomi B^{int}(q) e B^{ext}(q) che tengono in conto rispettivamente degli zeri interni ed esterni alla circonferenza di raggio unitario sul piano z (fig. 6).

L'uso diretto della (4) per la determinazione finale della u(t) non è possibile a causa della instabilità della funzione di trasferimento 1/B^{ext}(q). La (4) può allora essere scritta nella forma

$$x_0(t) = u(t) \prod_{i=1}^{nr+2*ni} (q - z_i^{ext}) \quad (6)$$

in cui gli zeri esterni z_i^{ext} (relativi alla sezione considerata) possono essere suddivisi in nr zeri reali e 2*ni zeri complessi coniugati, dei quali l'algorithm tiene conto in modo diverso applicando iterativamente:

- per gli nr zeri reali l'equazione

$$x_{j-1}(t) = (q - z_j^{ext})x_j(t) = x_j(t+1) - z_j^{ext} x_j(t)$$

dalla quale si può ricavare

$$x_j(t) = \frac{x_j(t+1) - x_{j-1}(t)}{z_j^{ext}} \quad \text{con } j=1, \dots, nr \quad (7)$$

- per gli ni zeri complessi z_j^{ext}=a_j+i b_j coniugati l'equazione

$$\begin{aligned} x_{j-1}(t) &= (q - z_j^{ext})(q - \overline{z_j^{ext}})x_j(t) = \\ &= x_j(t+2) - 2a_j x_j(t+1) + (a_j^2 + b_j^2)x_j(t) \end{aligned}$$

dalla quale si può ricavare

$$x_j(t) = \frac{x_{j-1}(t) + 2a_j x_j(t+1) - x_j(t+2)}{(a_j^2 + b_j^2)} \quad \text{con } j=nr+1, \dots, nr+ni \quad (8)$$

Al termine della procedura si ottiene la forzante ricostruita, ovvero u(t)=x_{nr+ni}(t).

La determinazione della generica x_j(t) viene effettuata, in base alle (7) e (8), a ritroso a partire dall'ultimo campione t_b dell'intervallo [t_a, t_b], nel senso che per calcolare il valore all'istante t occorre conoscere preventivamente i valori agli istanti t+1 e t+2 (quest'ultimo solo per zeri complessi). Per "innescare" il calcolo, ovvero per valutare il campione all'istante t_b, occorre definire delle "condizio-

ni iniziali" (una per zeri reali o due per zeri complessi). L'ipotesi più ovvia è quella di supporre nulli tali valori di innesco, fisicamente coerente con l'ipotesi che dopo l'istante t_b la forzante abbia lasciato la sezione considerata.

La scelta di queste condizioni iniziali è quindi arbitraria e porta ovviamente a soluzioni diverse fra loro che, comunque, diventano identiche in un ridottissimo numero di intervalli Δt strettamente correlato al numero di zeri esterni e quindi al numero di condizioni iniziali (pari a $nr+2*ni$) che occorre fornire. Per limitare al minimo questo problema è possibile innescare la ricostruzione al di fuori dell'intervallo considerato partendo da $t > t_b$, anche se questo non è formalmente corretto. I campioni ausiliari, che sono ovviamente relativi alla sezione successiva, vengono infatti ricostruiti utilizzando la funzione di trasferimento della sezione attuale. Sebbene questa procedura possa sembrare del tutto priva di fondamento, si deve tenere presente che i poli delle due funzioni di trasferimento sono gli stessi, e ciò che cambia sono i soli zeri. Sebbene non si sia compiuta una analisi estensiva, già utilizzando pochi campioni (di poco superiore a $nr+2*ni$, nel nostro caso circa 30) si è riscontrato un sensibile miglioramento nella ricostruzione. Per comodità di implementazione le ricostruzioni finali mostrate nel paragrafo che segue sono state effettuate utilizzando un numero di campioni ausiliari uguali al numero di campioni del segmento in oggetto (128).

4.2. Esempi di ricostruzione delle forzanti

L'algoritmo HF-MIRA è stato applicato ai segnali in uscita simulati (v. par. 3.2) della struttura di fig. 1.

Nella fig. 11 si riporta il confronto fra gli spettri in 1/12 di ottava ed in 1/3 di ottava, sintetizzati a partire dagli spettri in banda fine, delle forze mostrate in fig. 7 e delle corrispondenti ricostruzioni realizzate mediante HF-MIRA.

Il confronto fra i valori ricostruiti e quelli impartiti evidenzia come l'algoritmo proposto consenta di ricostruire con ottima fedeltà lo spettro della forzante. La zona intorno a 1kHz della forza a larga banda mostra un errore elevato in 1/12 di ottava, che dipende sostanzialmente dall'assenza di segnale intorno a tale frequenza; lo spettro valutato in 1/3 di ottava risente ovviamente assai meno di tale problema anche se con le limitazioni di sintesi ⁽⁵⁾ al di sotto di 400 Hz.

Per quanto riguarda la forza a banda stretta, la ricostruzione viene effettuata correttamente anche se la sua frequenza predominante è di 1000 Hz, ovvero la zona che precedentemente aveva mostrato qualche problema. Que-

sto evidenzia come il modello della struttura e la procedura di ricostruzione siano validi in tutto il range di frequen-

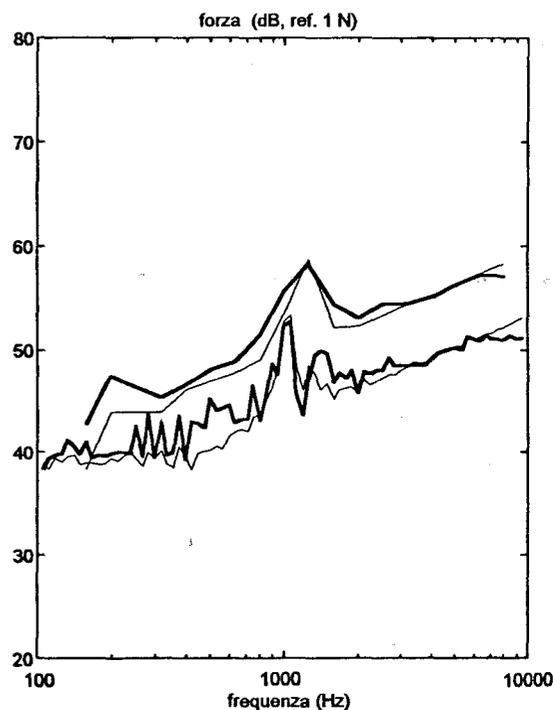
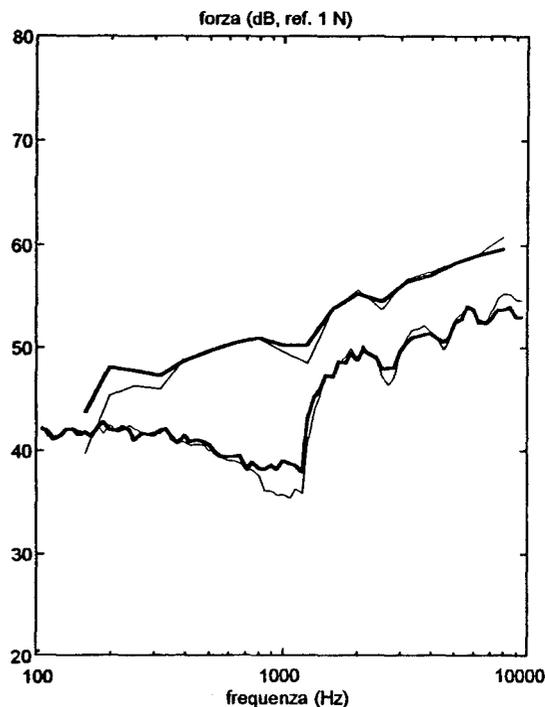


Fig. 11 - Spettri in banda percentuale (1/3 ottava, 1/12 ottava) della forza imposta al sistema (linea fine) e di quella ricostruita con HF-MIRA (linea spessa). Il confronto è stato effettuato con due tipi di citazione: forza a larga banda (sopra) e forza a banda stretta (sotto).

(5) La composizione in banda percentuale $\Delta f/f$ costante (ottave o frazioni) può essere ottenuta a partire da un autospettro in banda stretta (derivato dalla usuale trasformata di Fourier) raggruppando opportunamente le linee spettrali con Δf costante di quest'ultima, per cui sussistono problemi di definizione delle bande a più bassa frequenza.

ze considerato e come eventuali errori sulla ricostruzione siano da imputare a carenza del segnale di ingresso nelle bande specifiche. La necessità di avere segnale nell'intero campo di frequenza analizzato (è il motivo per cui alla sinusoide ad 1kHz è stato aggiunto del rumore di fondo) non comporta grosse difficoltà sia perché si prevede che le forze di contatto ruota-rotaia siano a larghissima banda (si veda indicativamente il risultato ottenuto in [3]), sia perché è inevitabile la presenza di rumore di fondo.

Ovviamente lo spettro in 1/12 di ottava risente maggiormente del rumore di fondo in termini di regolarità dello spettro stesso; il corrispondente diagramma in 1/3 di ottava appare assai più regolare.

5. Conclusioni

In questo articolo si è presentato un algoritmo del tutto originale per la ricostruzione di una forzante mobile in ingresso ad un sistema meccanico dal comportamento complesso. La sua applicazione risulta vantaggiosa, se non l'unica possibile, per tutti i sistemi che presentano problemi di malcondizionamento o che non possono essere modellati con le tradizionali tecniche a parametri concentrati. La stima delle forze di contatto ruota-rotaia ad alta frequenza rientra tipicamente nella categoria dei problemi ancora non risolti e l'algoritmo HF-MIRA si propone come strumento per la sua soluzione.

HF-MIRA è stabile (non ricorre a inversione di matrici), non ha problemi di convergenza (la soluzione non è determinata iterativamente), è veloce (le operazioni coinvolte nella ricostruzione sono semplici somme e moltiplicazioni). La fase più impegnativa, in termini di tempo di CPU, è la costruzione del modello del sistema; questa fase è la più delicata anche per l'analista, che deve scegliere la struttura ottimale per il modello (ARX, ARMAX, ARARMAX, ...) [6].

La validazione dell'algoritmo, basata sul confronto fra segnali di ingresso simulati ed i medesimi segnali ricostruiti, ha mostrato la sua efficacia nell'applicazione a qualunque tipo di forzante reale.

Il lavoro verrà proseguito applicando la metodologia proposta a segnali reali di vibrazione e rumore relativi al transito di convogli ferroviari su una sezione opportuna-

mente strumentata di binario. In questa applicazione, sicuramente più complessa, si farà ricorso a misure di più uscite contemporanee per migliorare la descrizione del sistema e per disporre di una ridondanza di informazioni.

Inoltre, si provvederà ad estendere l'algoritmo in modo tale da consentire la ricostruzione di due sorgenti mobili con uguale legge di moto agenti simultaneamente sul sistema (i due assi di un carrello): in questo caso per la ricostruzione di un ingresso in un determinato intervallo di tempo si dovrà riportare la soluzione ad un sistema con due ingressi e due uscite.

BIBLIOGRAFIA

- [1] P.J. Remington, *Wheel/Rail Noise - Part I: Characterization of the Wheel/Rail Dynamic System*, Journal of Sound and Vibration 46(3), 359-379, 1976.
- [2] D. J. THOMPSON, *Wheel-rail noise: theoretical modelling of the generation of vibration*, Ph. D. Thesis, University of Southampton, 1990.KL.
- [3] T. TEN WOLDE, C.J. M. VAN RUITEN, *Sources and Mechanisms of Wheel/Rail Noise: State of the Art and Recent Research*, Journal of Sound and Vibration 87(2), 147-160, 1983.
- [4] K. KNOTHE, S. L. GRASSIE, *Modelling of railway track and vehicle/track interaction at high frequencies*, Vehicle System Dynamics 22, 209-262, 1993.
- [5] G.L. MERRIL, J.M. STARKEY, *On the ill-conditioned nature of indirect force-measurement techniques*, The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis July, 103-106, 1989.
- [6] L. LJUNG, *System Identification: Theory and Practice*, Research Studies Press, 1987.
- [7] S. M. PANDIT, S. M. WU, *Time Series and System Analysis with Applications*, John Wiley and Sons, 1983.
- [8] *Matlab System Identification Toolbox Guide*, The Mathworks Inc.
- [9] G. CASCINI, *Un modello per la ricostruzione del segnale prodotto da sorgenti mobili ed applicazione alle vibrazioni di binari ferroviari*, Tesi di Laurea, Università degli Studi di Firenze, A.A. 1994-95.

(V. sommari a pag. 849)